



Schweizerische Eidgenossenschaft  
Confédération suisse  
Confederazione Svizzera  
Confederaziun svizra

Eidgenössisches Departement für  
Umwelt, Verkehr, Energie und Kommunikation UVEK  
**Bundesamt für Umwelt BAFU**

## NIEDRIGWASSERSTATISTIK

### STATIONSBERICHT

# Sperbelgraben - Wasen, Kurzeneialp

weitere Erläuterungen: [Leitfaden](#)  
Kontakt: [hydrologie@bafu.admin.ch](mailto:hydrologie@bafu.admin.ch)

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Datengrundlage</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Resultate der parametrischen Verfahren</b>	<b>6</b>
2.1	Niedrigwasserabfluss . . . . .	7
2.1.1	Block Minimum Ansatz (BLOCK) . . . . .	7
2.1.2	Peaks Over Threshold Ansatz (POT) . . . . .	9
2.1.3	Vergleich der verschiedenen Resultate . . . . .	12
2.2	Niedrigwasserdauer . . . . .	13
2.3	Defizitvolumen . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Literatur</b>	<b>19</b>
<b>Anhang</b>		<b>20</b>
A	Bestimmung des Schwellenwerts zur Abgrenzung von Extremwerten . . . . .	20
A.1	Niedrigwasserabfluss . . . . .	20
A.2	Niedrigwasserdauer . . . . .	21
A.3	Defizitvolumen . . . . .	21
B	Glossar . . . . .	22

# 1 Datengrundlage

Es stehen die folgenden Abflussdaten für die extremwertstatistischen Auswertungen zur Verfügung:

<b>Vorhandene Daten</b>	<b>seit</b>	<b>bis</b>
Digitale Tagesmittel	01.11.1957	31.12.2020

Ein Limnigraph wurde am 01. November 1957 in Betrieb genommen.

Die Abflussdaten können folgendermassen charakterisiert werden:

<b>Abflussverlauf</b>	<b>Beschreibung</b>
Abflussregimetyt	Nivo-pluvial préalpin: Erhöhter Abfluss im Frühling, geringer Abfluss im Herbst.
Ausprägung der Saisonalität	In den Monatsminima der M7Q kaum zu erkennen (Abbildung 2).
Beeinflussung	Es sind keine Beeinflussungen im Einzugsgebiet der Station bekannt.

Aufgrund des zeitlichen Auftretens der Niedrigwasserperioden (vgl. Abbildung 1) wird der April als Startmonat für das Niedrigwasserjahr der Station Sperbelgraben - Wasen, Kurzeneialp gewählt. Entsprechend dauert ein Niedrigwasserjahr vom 01.04. bis zum 31.03. Eine Niedrigwasserperiode befindet sich so in zwei verschiedenen Niedrigwasserjahren, aber es ist der bestmögliche Zeitpunkt als Startmonat für diese Station.

Die kleinsten Werte der monatlichen Minima der M7Q treten mehrheitlich in den Monaten August bis Februar auf (Abbildung 2). Die Zeitreihe der monatlichen Minima zeigt, dass die kleinsten Werte zwischen 2000 und 2010 etwas höher liegen. Zwischen ca. 1980 und 2000 gab es hingegen einige höhere Werte (Abbildung 3). Aus Abbildung 4 ist ersichtlich, dass zwischen 1980 und 2000 die Anzahl der kurzen Ereignisse etwas zugenommen hat und zwischen 2000 und 2010 keine längeren Niedrigwasserereignisse auftraten und auch die Anzahl der kleinen Werte etwas abgenommen hat. Bei der Zeitreihe der Defizitvolumen (Abbildung 5) waren die höchsten Werte bis Mitte der 1970er Jahre deutlich höher. Wie bei der Ereignisdauer fehlen auch hier die höheren Werte zwischen 2000 und 2010.

Die NM7Q werden basierend auf den Abflusstagesmittelwerten der Niedrigwasserjahre bestimmt und bewegen sich in der Beobachtungsperiode zwischen 0.29 und 4.91 l/s (Abbildung 6).

Die Bruchpunktanalyse der NM7Q ergibt zwei signifikante Bruchpunkte um 2000 und 2009 (Konfidenzintervalle 1997 - 2003 und 2005 - 2013). Da jedoch keine Beeinflussung bzw. keine Veränderung der Beeinflussung im Einzugsgebiet festgestellt werden konnte, wird keiner der Bruchpunkte verwendet und der gesamte Beobachtungszeitraum wird analysiert. Die Auswertungsperiode der Station Sperbelgraben - Wasen, Kurzeneialp umfasst somit die Niedrigwasserjahre von 1958 bis 2019.

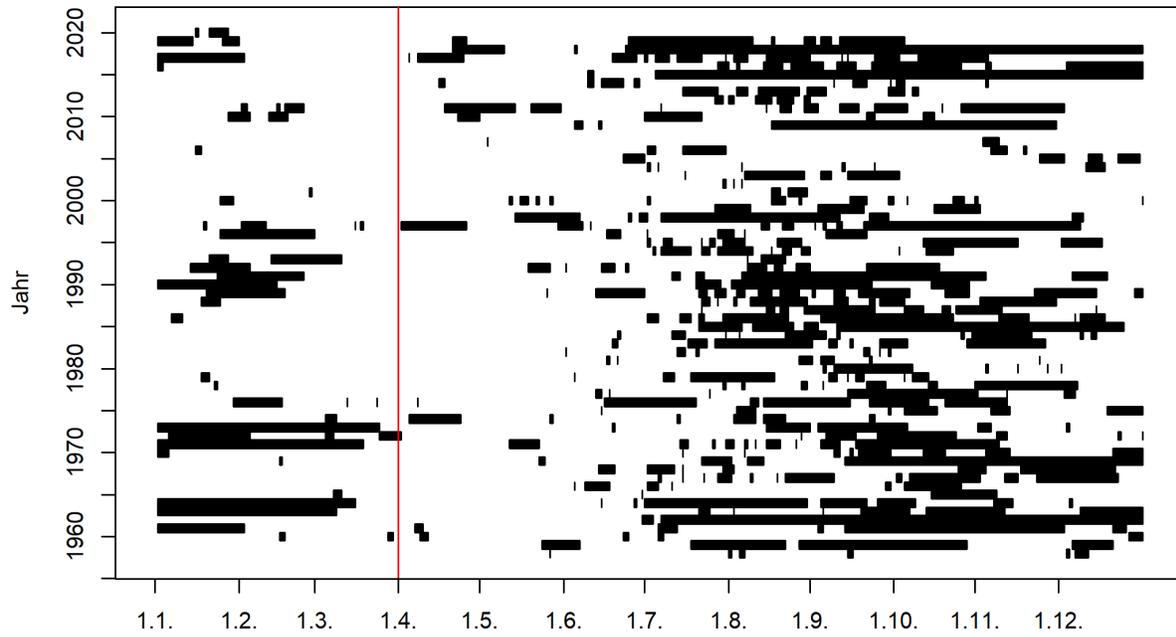


Abbildung 1: Zeitliches Auftreten der Niedrigwasserperioden im Jahresverlauf (01.04.1957 - 31.03.2020) und Startmonat des Niedrigwasserjahres (rote Linie)<sup>1</sup>

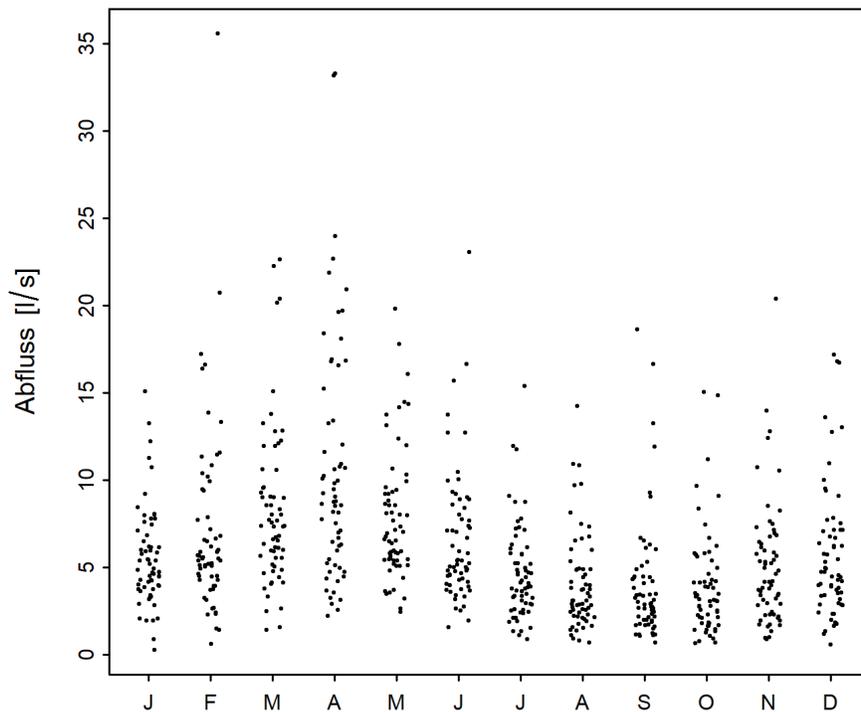


Abbildung 2: Saisonaler Verlauf der monatlichen Minima der M7Q [l/s] (01.04.1957 - 31.03.2020)

<sup>1</sup>Der Startmonat des Niedrigwasserjahres wird nur anhand der Werte der Auswertungsperiode bestimmt.

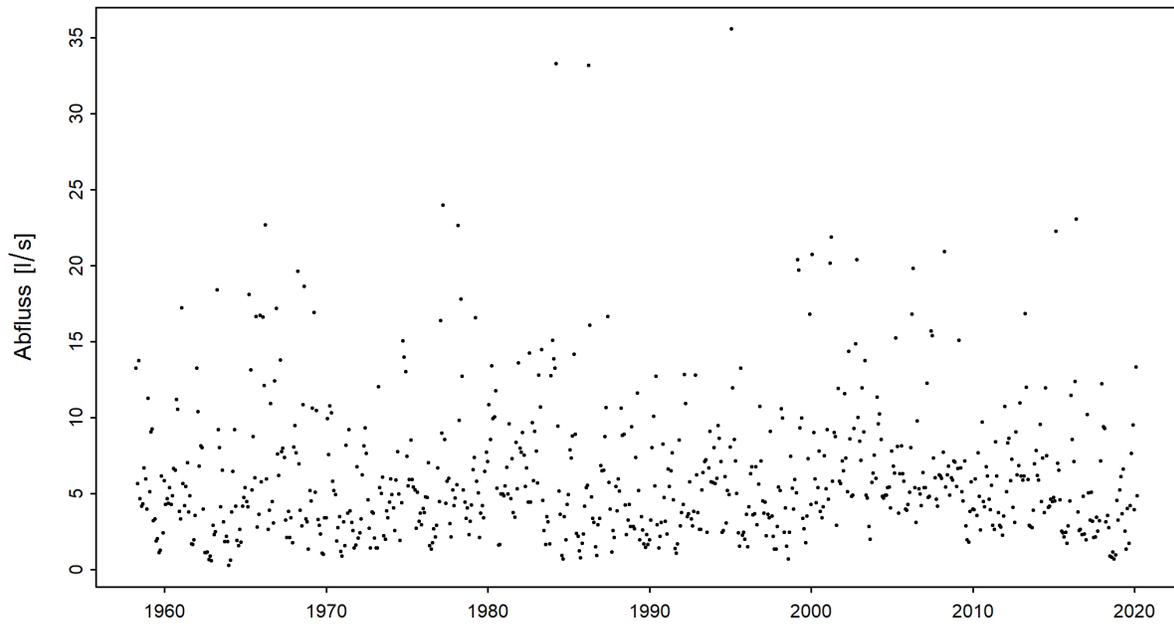


Abbildung 3: Zeitreihe der monatlichen Minima der M7Q [l/s] (01.04.1957 - 31.03.2020)

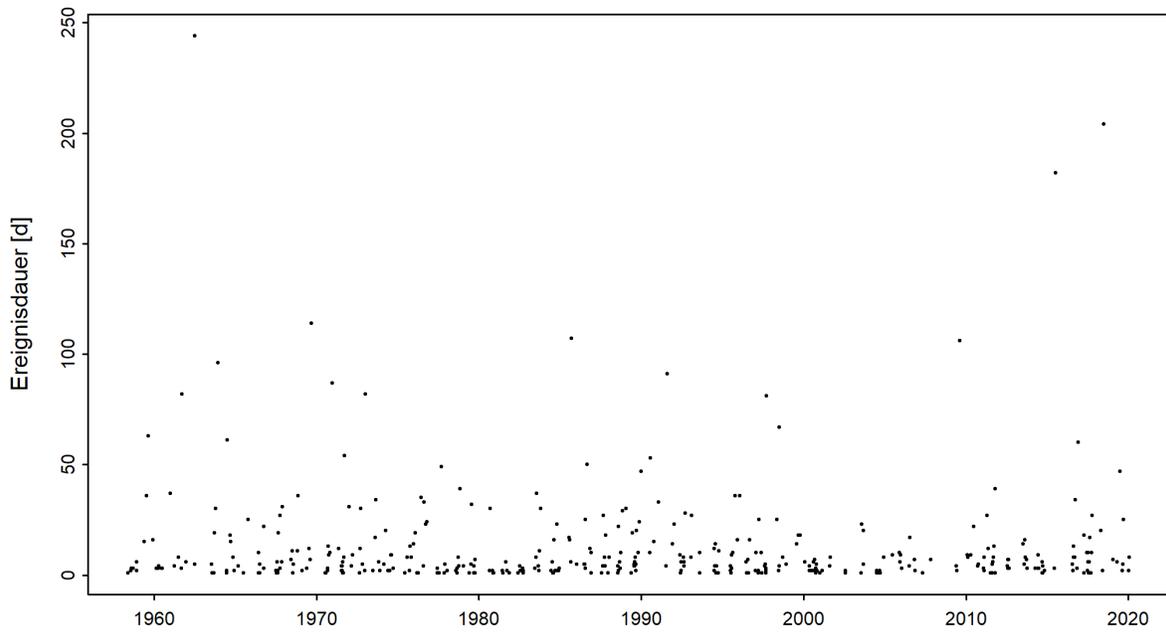


Abbildung 4: Zeitreihe der Niedrigwasserdauern [d] (01.04.1957 - 31.03.2020)

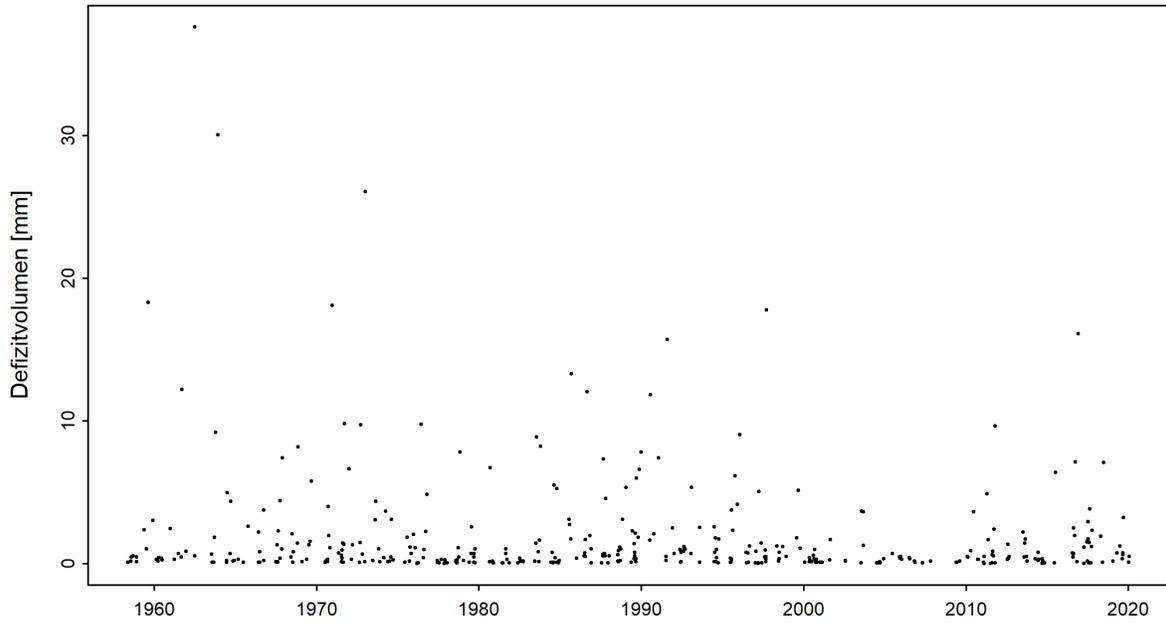


Abbildung 5: Zeitreihe der Defizitvolumen [mm] (01.04.1957 - 31.03.2020)

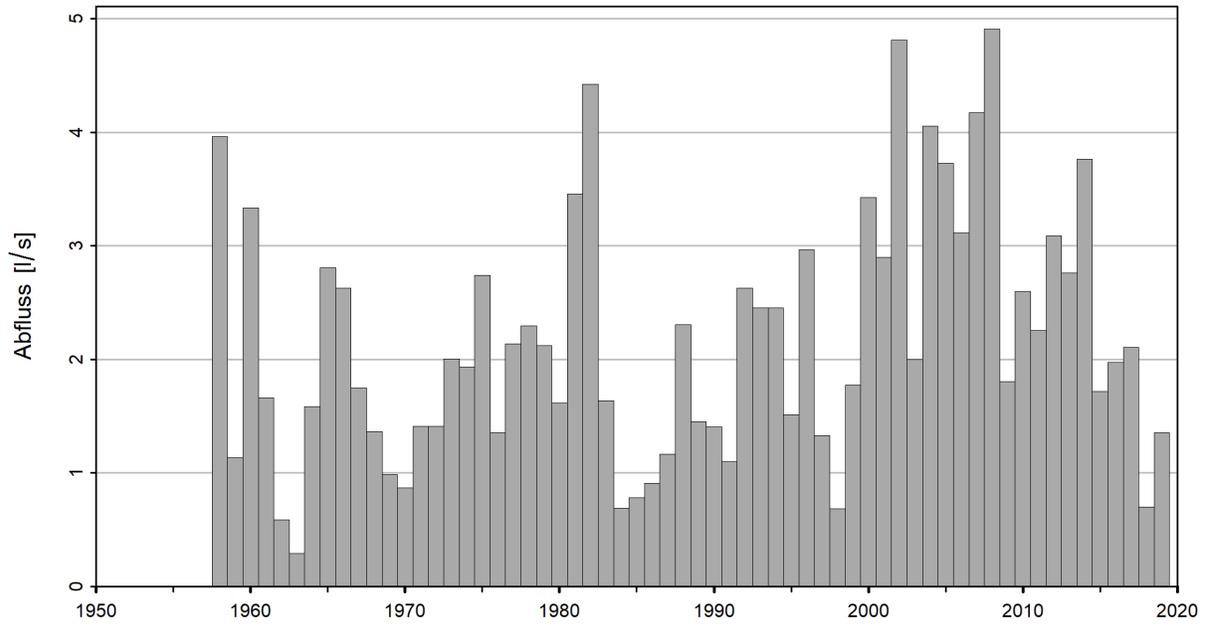


Abbildung 6: Zeitreihe der NM7Q [l/s] (01.04.1957 - 31.03.2020)

## 2 Resultate der parametrischen Verfahren

Mit Hilfe von zwei parametrischen Verfahren (BLOCK- und POT-Ansatz) werden die Niedrigwasserwahrscheinlichkeiten  $NQ_T$  abgeschätzt. Die Niedrigwasserdauerwahrscheinlichkeiten  $ND_T$  und die Defizitvolumenwahrscheinlichkeiten  $DV_T$  werden anhand des POT-Ansatzes abgeschätzt.

Die beiden Ansätze unterscheiden sich in der Methode wie Extremwerte identifiziert werden. Sie basieren auf folgenden Modelleingangsdaten und Parametern:

Parametrisches Verfahren	Parameter	Modelleingangsdaten
Block Minimum (BLOCK)	$\mu$ Lageparameter	NM7Q
	$\sigma$ Skalenparameter	
	$\kappa$ Formparameter	
Peaks Over Threshold (POT)	$\lambda$ Ereignisrate	M7Q / Niedrigwasserdauern / Defizitvolumen
	$\sigma$ Skalenparameter <sup>2</sup>	
	$\kappa$ Formparameter	

Für beide parametrischen Ansätze wird jeweils der stationäre Fall berechnet. Das heisst, es wird angenommen, dass alle Parameter der Verteilungsfunktion über den gesamten Untersuchungszeitraum konstant sind. Wenn die Stationsgeschichte jedoch eine zeitliche Veränderung vermuten lässt, können die Parameter der entsprechenden Verteilungsfunktion zeitlich abhängig modelliert werden. Folgende, in Tabelle 1 und Tabelle 2 aufgeführten Modellvarianten werden verwendet:

Tabelle 1: Verwendete Modellvarianten des BLOCK-Ansatzes.  $\mu$  Lageparameter (mu),  $\sigma$  Skalenparameter (sigma),  $\kappa$  Formparameter (kappa).

Modellvarianten BLOCK			
Name	Beschreibung	Parameter (t: Jahr)	Anzahl Parameter
stat	Stationäre Variante	$\mu, \sigma, \kappa$	3
mul	Linearer Trend von $\mu$	$\mu = a_1 + a_2 * t, \sigma, \kappa$	4
muq	Quadratischer Trend von $\mu$	$\mu = a_1 + a_2 * t + a_3 * t^2, \sigma, \kappa$	5
sigl	Linearer Trend von $\sigma$	$\mu, \sigma = b_1 + b_2 * t, \kappa$	4
musigl	Linearer Trend von $\mu$ und $\sigma$	$\mu = a_1 + a_2 * t, \sigma = b_1 + b_2 * t, \kappa$	5
mujump	Nicht-kontinuierliche Veränderung von $\mu$ zum Zeitpunkt $t_0$	$\mu = a_1 + a_2 * i, \sigma, \kappa,$ $i = 0$ für $t < t_0, i = 1$ für $t \geq t_0$	4

Tabelle 2: Verwendete Modellvarianten des POT-Ansatzes.  $\sigma$  Lageparameter (sigma),  $\kappa$  Formparameter (kappa).

Modellvarianten POT			
Name	Beschreibung	Parameter (t: Jahr)	Anzahl Parameter
stat	Stationäre Variante	$\sigma, \kappa$	2
sigl	Linearer Trend von $\sigma$	$\sigma = b_1 + b_2 * t, \kappa$	3
sigjump	Nicht-kontinuierliche Veränderung von $\sigma$ zum Zeitpunkt $t_0$	$\sigma = b_1 + b_2 * i, \kappa,$ $i = 0$ für $t < t_0, i = 1$ für $t \geq t_0$	3

Die Güte der Modellvarianten wird jeweils grafisch mit Hilfe eines Probability und eines Quantile Plots beurteilt (siehe z.B. Abbildung 7 und [Leitfaden](#) Kapitel 4.3). Je besser die Daten auf der Einheitsdiagonalen liegen, desto eher kann davon ausgegangen werden, dass die Modellannahmen korrekt sind. Anhand eines Ablaufschemas wird schliesslich entschieden, welches nicht-stationäre Modell allenfalls weiterverwendet wird (siehe Abbildung 8 im [Leitfaden](#) Kapitel 3.3). Im Folgenden sind jeweils die Verfahren mit den besten Resultaten aufgeführt.

<sup>2</sup>Der Skalenparameter  $\sigma$  des POT-Ansatzes ist numerisch nicht identisch mit dem  $\sigma$  des BLOCK-Ansatzes.

## 2.1 Niedrigwasserabfluss

### 2.1.1 Block Minimum Ansatz (BLOCK)

Der Block Minimum Ansatz (BLOCK) definiert den tiefsten Wert innerhalb eines Zeitintervalls (Block, im vorliegenden Fall ein Jahr) als Extremwert.

Das kleinste NM7Q der Analyseperiode beträgt 0.29 l/s (28.01.1964).

Die Regularitätsbedingungen werden aufgrund der besonders hohen NM7Q-Werte in den Jahren 2002 und 2008 verletzt. Die Berechnung der Maximum-Likelihood-Schätzer ist möglich, allerdings haben sie nicht die standard-asymptotischen Eigenschaften.

Für die Auswertungsperiode (1958-2019) zeigt sich eine signifikante Verbesserung des Modells bei der Verwendung der nicht-stationären Variante mujump2000. Daher wird anstelle der stationären Modellvariante die nicht-stationäre Variante mujump2000 präsentiert. Das Jahr  $t_0$  ergibt sich aus der Bruchpunktanalyse der Auswertungsperiode, es wird standardmässig der resultierende Bruchpunkt benutzt, auch wenn dieser nicht signifikant ist.

Verwendete Anzahl Werte und geschätzte Modellparameter:

Anzahl Werte n	Zeitpunkt $t_0$	Lageparameter $\hat{\mu}^3$		Skalenparameter $\hat{\sigma}$	Formparameter $\hat{\kappa}$
		$a_1$	$a_2$		
62	2000	-2.22	-0.69	1.07	-0.4489

Die Güte des Modells wird grafisch anhand der in Abbildung 7 dargestellten Diagnostikplots beurteilt.

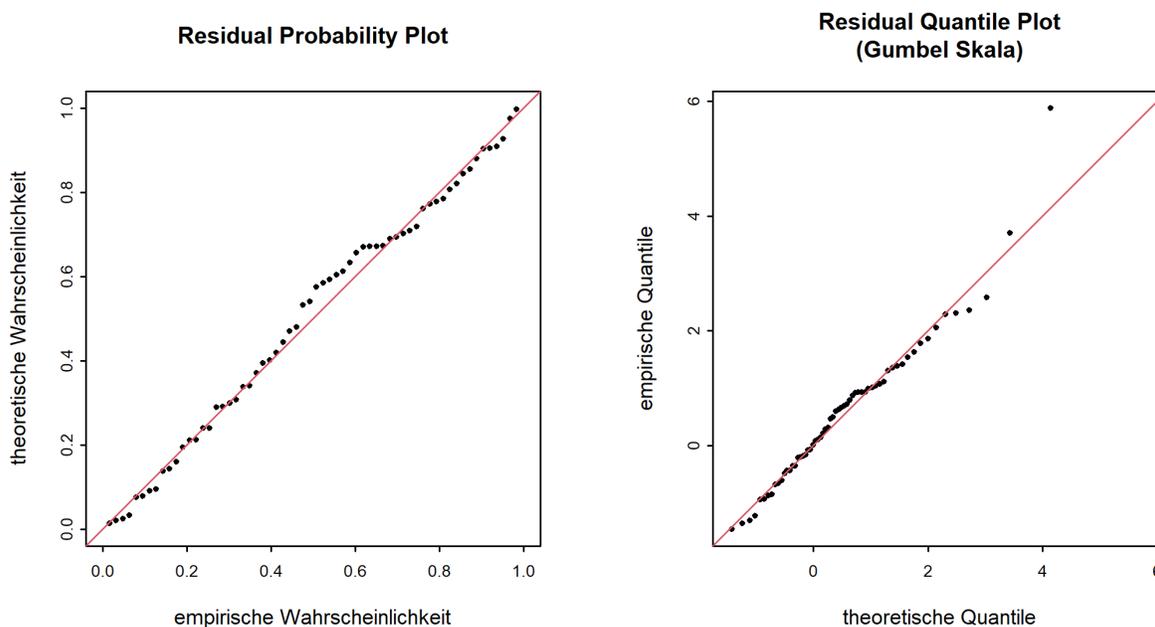


Abbildung 7: Diagnostikplots der Modellvariante “mujump2000” des BLOCK-Ansatzes (01.04.1958 - 31.03.2020)

<sup>3</sup> $\hat{\mu} = a_1 + a_2 \cdot i$ ,  $i = 0$  für  $t < t_0$ ,  $i = 1$  für  $t \geq t_0$  (s. Tabelle 1)

Bewertung Diagnostikplots (Abbildung 7):

<b>Kriterien</b>	<b>Bewertung<sup>4</sup></b>	<b>Bemerkungen</b>
Anpassung linker Bereich	gut	-
Anpassung mittlerer Bereich	mittel-gut	-
Anpassung rechter Bereich	mittel-gut	Der extremste Wert wird etwas überschätzt.

Folgende Tabelle enthält die für das aktuellste Jahr (2019) bestimmten Abflussmengen für verschiedene Wiederkehrperioden, berechnet mit dem nicht-stationären Modell mujump2000 des BLOCK-Ansatzes über die Auswertungsperiode 01.04.1958 - 31.03.2020 (inkl. Konfidenzintervall berechnet über die Deltamethode):

<b>NQ<sub>T</sub> (NM7Q)</b>	<b>untere Konfidenzgrenze [l/s]</b>	<b>Abfluss [l/s]</b>	<b>obere Konfidenzgrenze [l/s]</b>
NQ <sub>2</sub>	1.99	2.55	3.10
NQ <sub>10</sub>	0.96	1.39	1.83
NQ <sub>30</sub>	0.71	1.05	1.39
NQ <sub>100</sub>	0.55	0.83	1.10
NQ <sub>300</sub>	0.44	0.71	0.98

<sup>4</sup>Siehe [Leitfaden](#) Kapitel 4.3

### 2.1.2 Peaks Over Threshold Ansatz (POT)

Für den Peaks over Threshold Ansatz (POT) werden die M7Q ab dem 01.04.1958 analysiert. Als Schwellenwert  $u_{80}$  zur Abgrenzung von Niedrigwasserereignissen wird das 80%-Quantil der Abflussdauerkurve ( $Q_{80}$  bzw.  $Q_{292}$ ) ausgewählt. An allen Tagen, an denen der Abfluss-Tagesmittelwert den Schwellenwert  $u_{80}$  von 4.98 l/s unterschreitet, liegt ein Niedrigwasser vor.

Durch ein Declustering wird sichergestellt, dass zwei Niedrigwasserereignisse, bei denen das dazwischenliegende Überschussvolumen das vorangegangene Defizitvolumen egalisieren konnte, als unabhängig angesehen werden (s. [Leitfaden](#) Kapitel 1.3).

Jene Werte, die einen tieferen Schwellenwert  $u$  unterschreiten, gelten bei der Analyse der M7Q mit dem POT-Ansatz als Extremereignisse. Der Schwellenwert  $u$  wird in einem iterativen Vorgehen anhand verschiedener Kriterien bestimmt (s. Anhang A.1 und [Leitfaden](#) Kapitel 4.1). Abbildung 8 zeigt die M7Q, die festgelegten Schwellenwerte  $u_{80}$  und  $u$  sowie die aufgrund des Schwellenwerts  $u$  definierten Extremereignisse (rote Kreise).

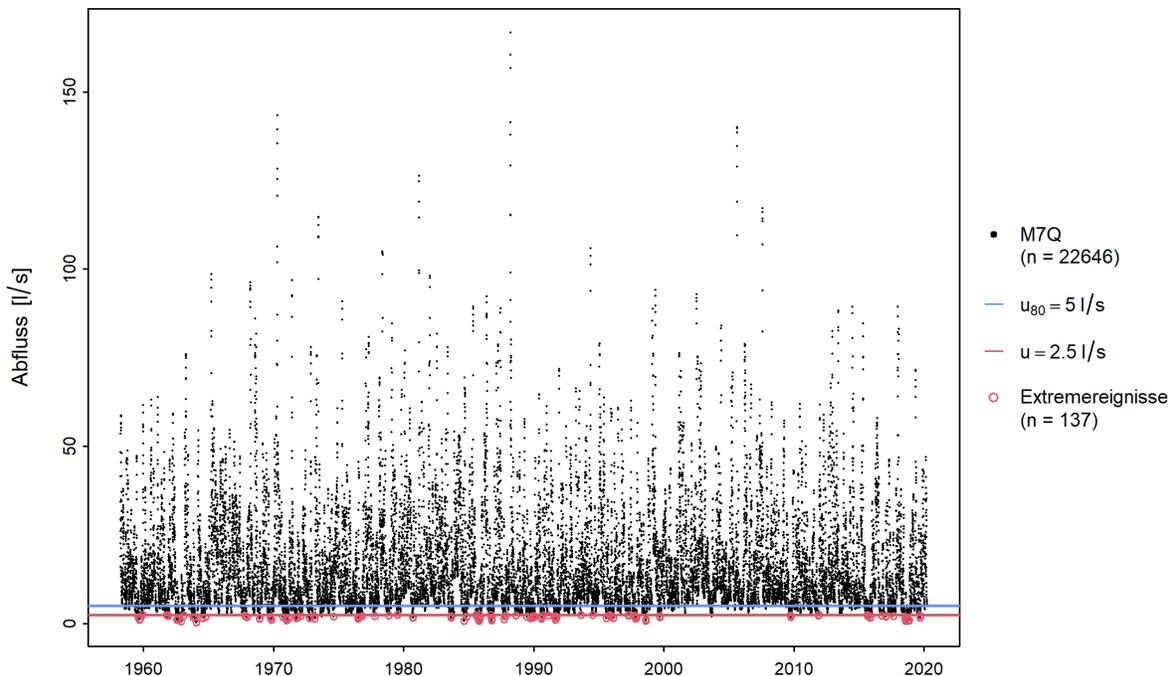


Abbildung 8: Auswahl der für den POT-Ansatz verwendeten Extremereignisse

Für die Auswertungsperiode (1958-2019) zeigt sich kein signifikanter Unterschied zwischen der stationären und den nicht-stationären Modellvarianten, weshalb hier die Resultate des stationären Modells präsentiert werden.

Verwendete Anzahl Werte und geschätzte Modellparameter:

Schwellenwert	Anzahl Werte	Ereignisrate	Skalenparameter	Formparameter
$u$	$n$	$\hat{\lambda}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\kappa}$
2.5 l/s	137	2.21	1.08	-0.47

Die Güte des Modells wird grafisch anhand der in Abbildung 9 dargestellten Diagnostikplots beurteilt.

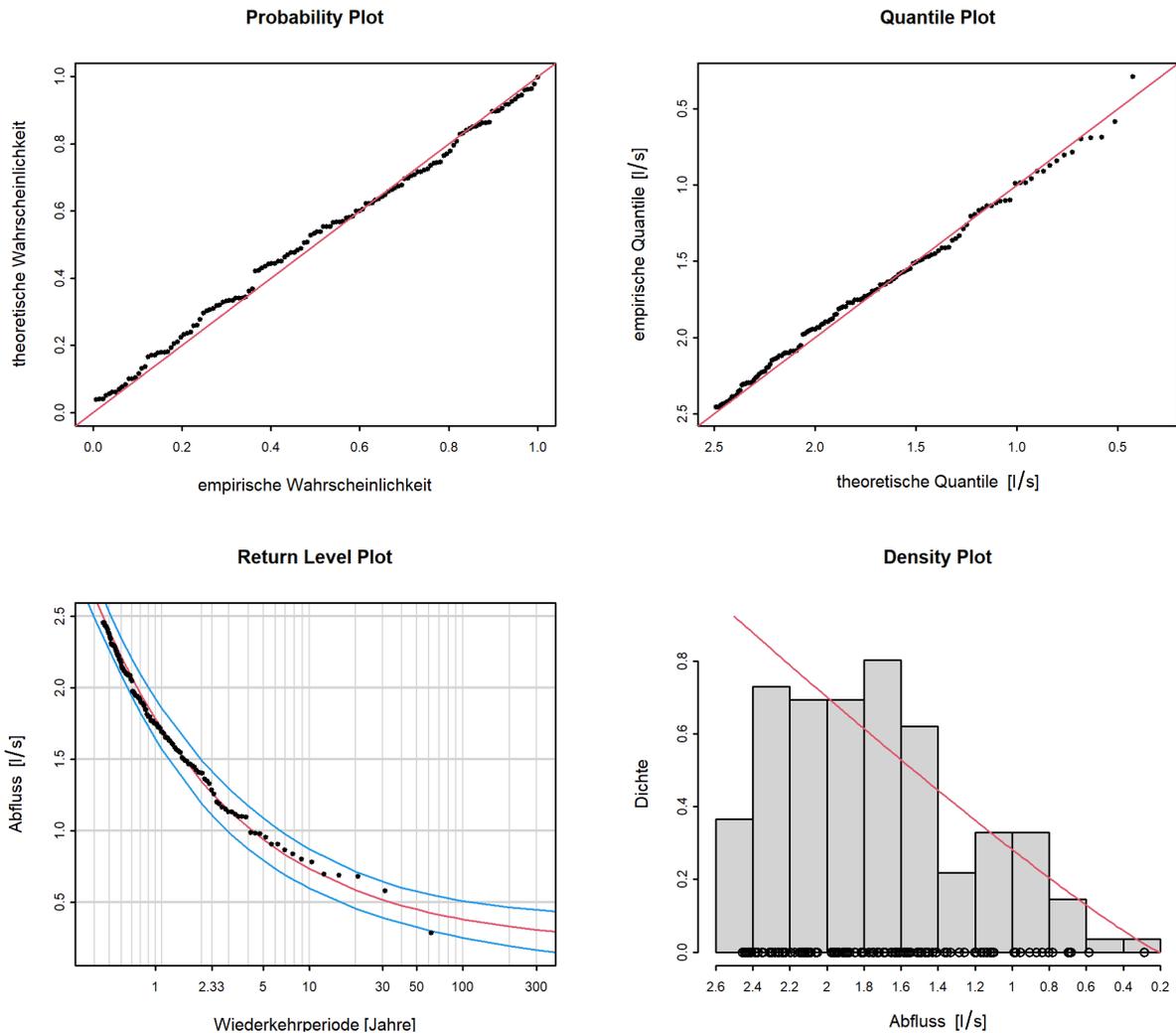


Abbildung 9: Diagnostikplots der Modellvariante "stat" des POT-Ansatzes (01.04.1958 - 31.03.2020)

Bewertung Diagnostikplots (Abbildung 9):

Kriterien	Bewertung <sup>5</sup>	Bemerkungen
Anpassung linker Bereich	mittel-gut	-
Anpassung mittlerer Bereich	gut	-
Anpassung rechter Bereich	mittel-gut	Der kleinste Wert liegt knapp ausserhalb des kleinen Konfidenzintervalls.
Konfidenzintervall	klein	-

<sup>5</sup>Siehe [Leitfaden](#) Kapitel 4.3

Folgende Tabelle enthält die Abflussmengen für verschiedene Wiederkehrperioden, berechnet mit dem stationären POT-Ansatz über die Auswertungsperiode 01.04.1958 - 31.03.2020 (inkl. Konfidenzintervall berechnet über die Deltamethode):

<b>NQ<sub>T</sub> (M7Q)</b>	<b>untere Konfidenzgrenze [l/s]</b>	<b>Abfluss [l/s]</b>	<b>obere Konfidenzgrenze [l/s]</b>
NQ <sub>2</sub>	1.17	1.34	1.52
NQ <sub>10</sub>	0.58	0.74	0.89
NQ <sub>30</sub>	0.38	0.52	0.66
NQ <sub>100</sub>	0.24	0.38	0.53
NQ <sub>300</sub>	0.15	0.31	0.47

### 2.1.3 Vergleich der verschiedenen Resultate

In Abbildung 10 und der zugehörigen Tabelle sind die Resultate des BLOCK- und des POT-Ansatzes zusammengefasst. Es werden die Modellvarianten gezeigt, die jeweils am besten an die Daten angepasst sind. Die Resultate der stationären Variante des BLOCK-Ansatzes für das aktuellste Jahr sind auf dem Resultatblatt der Niedrigwasserstatistik bei der jeweiligen Station auf der BAFU-Webseite publiziert. Der Vergleich der verschiedenen Modellansätze zeigt folgende Sachverhalte auf:

#### Differenzen der Resultate der berechneten $NQ_T$ der beiden parametrischen Ansätze:

Die Ergebnisse des BLOCK-Ansatzes sind für alle Wiederkehrperioden deutlich höher als die des POT-Ansatzes, wobei der Unterschied zwischen den beiden Ansätzen mit zunehmender Wiederkehrperiode kleiner wird. Es ist zu beachten, dass die Resultate des BLOCK-Ansatzes von der Verletzung der Regularitätsbedingungen aufgrund der hohen Werte von zwei Jahren beeinflusst werden.

#### Differenzen der Resultate der berechneten Konfidenzintervalle der beiden parametrischen Ansätze:

Das Konfidenzintervall der Ergebnisse des BLOCK-Ansatzes ist für  $NQ_2$  deutlich am grössten und nimmt mit steigender Wiederkehrperiode ab, wobei es für  $NQ_{100}$  und  $NQ_{300}$  nahezu gleich gross ist. Beim POT-Ansatz hingegen ist das Konfidenzintervall für alle Wiederkehrperioden relativ ähnlich gross. Der Vergleich der beiden Ansätze zeigt, dass der BLOCK-Ansatz für alle Wiederkehrperioden einen höheren Abfluss als der POT-Ansatz aufweist, wobei der Unterschied mit zunehmender Wiederkehrperiode stark abnimmt.

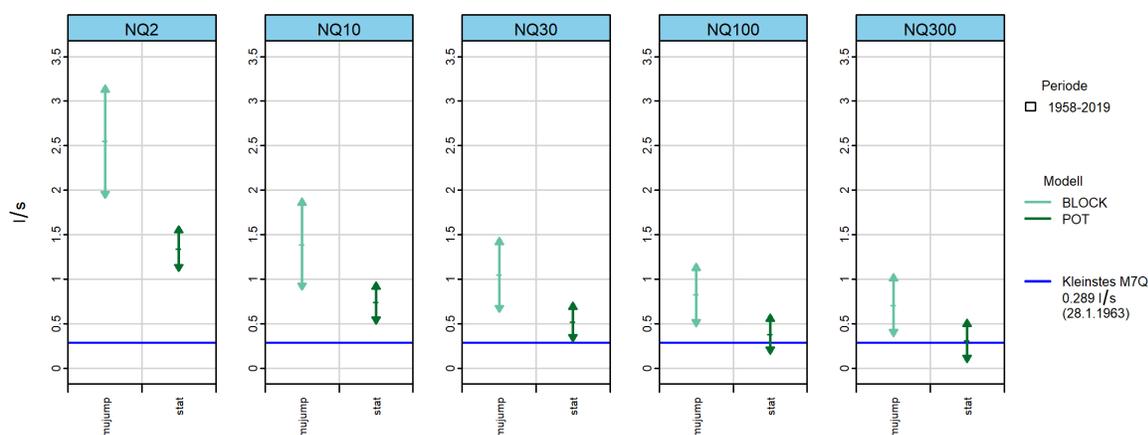


Abbildung 10:  $NQ_T$  [l/s] inkl. 95%-Konfidenzintervalle, berechnet mit den jeweils bestangepassten Modellvarianten des BLOCK- und POT-Ansatzes

Folgende Tabelle enthält die Beurteilung der Modellgüte für die Auswertungsperiode 1958-2019:

Verfahren	Modellgüte	Diagnostikplots			Bemerkung
		Links	Mitte	Rechts	
BLOCK mujump	gut		mittel-gut	mittel-gut	Der extremste Wert wird etwas überschätzt.
POT stat	mittel-gut		gut	mittel-gut	Der kleinste Wert liegt knapp ausserhalb des kleinen Konfidenzintervalls.

## 2.2 Niedrigwasserdauer

An allen Tagen, an denen der Abfluss-Tagesmittelwert den Schwellenwert  $u_{80}$  (80%-Quantil der Abflussdauerkurve) von 4.98 l/s unterschreitet, liegt ein Niedrigwasserereignis vor. Nach einem Declustering (s. Kapitel 2.1.2 und [Leitfaden](#) Kapitel 1.3) wird die Dauer der einzelnen Niedrigwasserereignisse bestimmt.

Jene Niedrigwasserdauern, welche den Schwellenwert  $u$  überschreiten, gelten bei dieser Analyse als Extremereignisse. Der Schwellenwert  $u$  wird in einem iterativen Vorgehen anhand verschiedener Kriterien bestimmt (s. Anhang A und [Leitfaden](#) Kapitel 4.1). Abbildung 11 zeigt die Niedrigwasserdauern und den festgelegten Schwellenwert  $u$  sowie die aufgrund des Schwellenwerts  $u$  ausgewählten Extremereignisse (rote Kreise).

Das längste Niedrigwasserereignis der Analyseperiode dauerte 244 Tage (06.07.1962 - 06.03.1963).

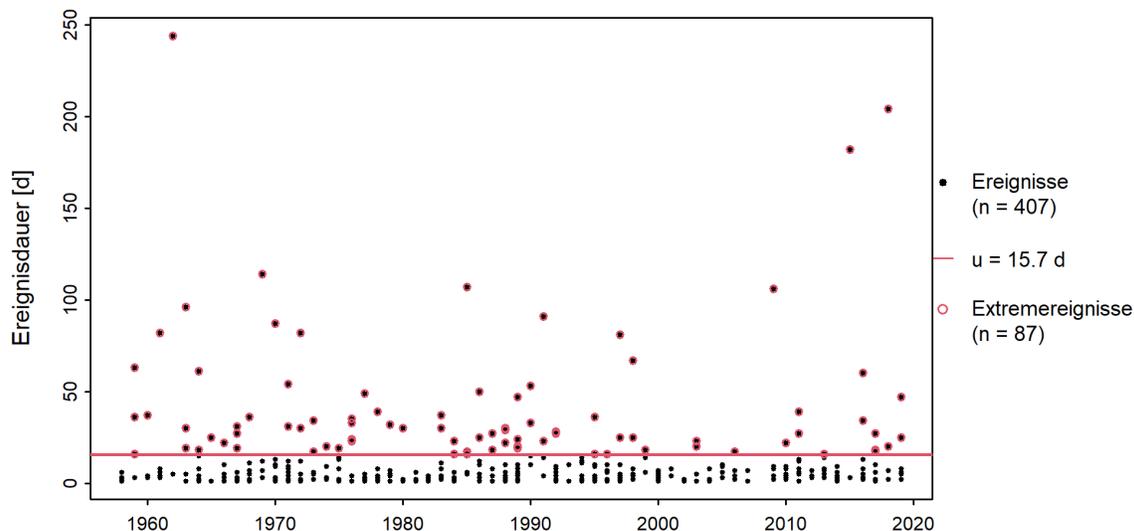


Abbildung 11: Auswahl der für den POT-Ansatz verwendeten Niedrigwasserdauer-Extremereignisse

Für die Auswertungsperiode (1958-2019) zeigt sich kein signifikanter Unterschied zwischen der stationären und den nicht-stationären Modellvarianten, weshalb hier die Resultate des stationären Modells präsentiert werden.

Verwendete Anzahl Werte und geschätzte Modellparameter:

Schwellenwert	Anzahl Werte	Ereignisrate	Skalenparameter	Formparameter
$u$	$n$	$\hat{\lambda}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\kappa}$
15.7 Tage	87	1.4	15.47	0.45

Die Güte des Modells wird grafisch anhand der in Abbildung 12 dargestellten Diagnostikplots beurteilt.

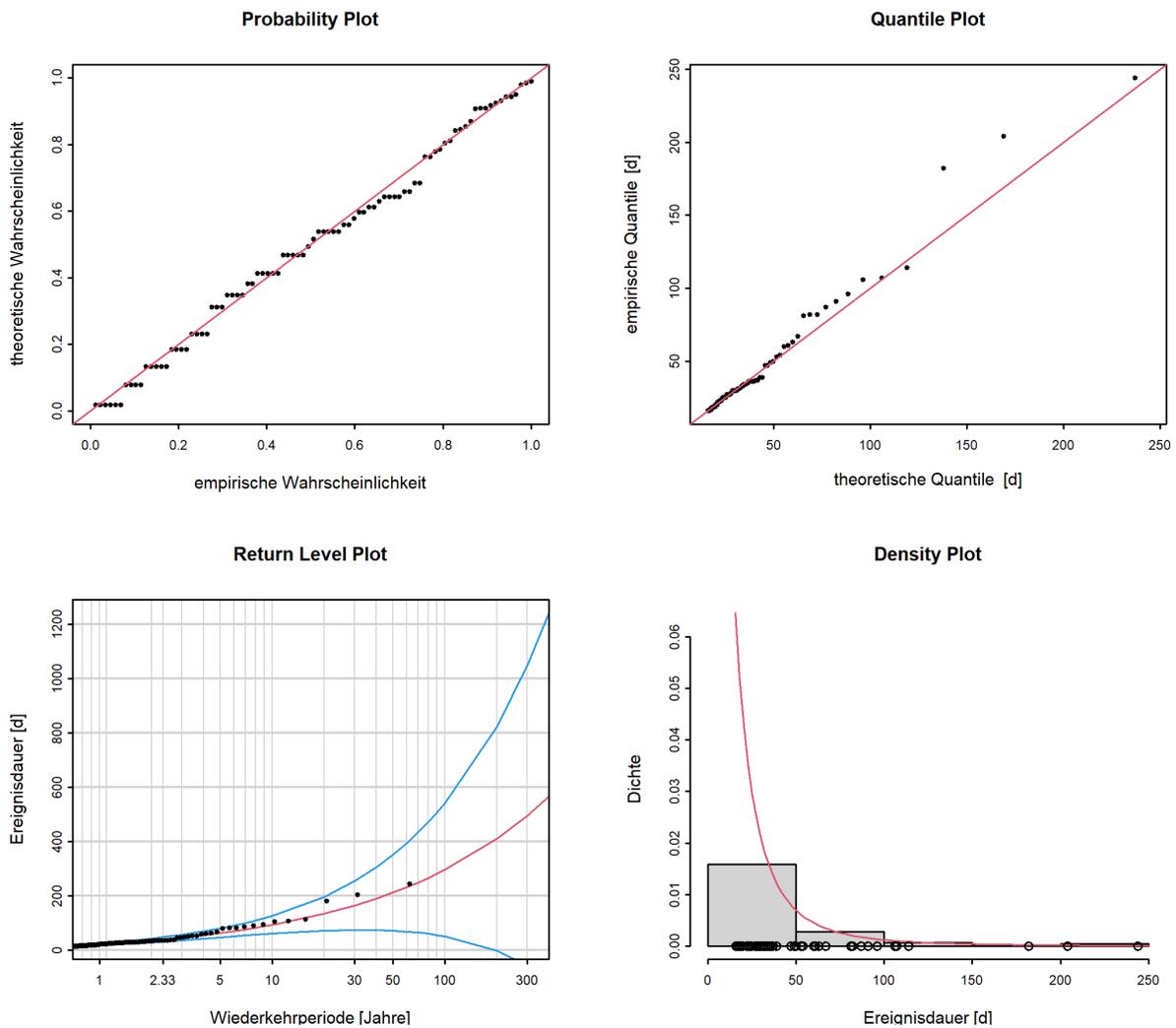


Abbildung 12: Diagnostikplots der Modellvariante “stat” des POT-Ansatzes (01.04.1958 - 31.03.2020)

Bewertung Diagnostikplots (Abbildung 12):

Kriterien	Bewertung <sup>6</sup>	Bemerkungen
Anpassung linker Bereich	mittel-gut	-
Anpassung mittlerer Bereich	mittel	-
Anpassung rechter Bereich	mittel-gut	-
Konfidenzintervall	gross	Wird mit zunehmender Wiederkehrperiode sehr gross.

<sup>6</sup>Siehe [Leitfaden](#) Kapitel 4.3

Folgende Tabelle enthält die Niedrigwasserdauern für verschiedene Wiederkehrperioden, berechnet mit dem stationären POT-Ansatz über die Auswertungsperiode 01.04.1958 - 31.03.2020 (inkl. Konfidenzintervall berechnet über die Deltamethode):

<b>ND<sub>T</sub></b>	<b>untere Konfidenzgrenze [d]</b>	<b>Dauer [d]</b>	<b>obere Konfidenzgrenze [d]</b>
ND <sub>2</sub>	27	36	45
ND <sub>10</sub>	57	94	131
ND <sub>30</sub>	62	165	269
ND <sub>100</sub>	16	296	577
ND <sub>300</sub>	<0	496	1128

## 2.3 Defizitvolumen

An allen Tagen, an denen der Abfluss-Tagesmittelwert den Schwellenwert  $u_{80}$  (80%-Quantil der Abflussdauerkurve) von 4.98 l/s unterschreitet, liegt ein Niedrigwasserereignis vor. Nach einem Declustering (s. Kapitel 2.1.2 und [Leitfaden](#) Kapitel 1.3) wird das Defizitvolumen der einzelnen Niedrigwasserereignisse bestimmt.

Jene Defizitvolumen, welche den Schwellenwert  $u$  überschreiten, gelten bei dieser Analyse als Extremereignisse. Der Schwellenwert  $u$  wird in einem iterativen Vorgehen anhand verschiedener Kriterien bestimmt (s. Anhang A und [Leitfaden](#) Kapitel 4.1). Abbildung 13 zeigt die Defizitvolumen und den festgelegten Schwellenwert  $u$  sowie die aufgrund des Schwellenwerts  $u$  ausgewählten Extremereignisse (rote Kreise).

Zur besseren Vergleichbarkeit der abgeschätzten Defizitvolumen der verschiedenen Stationen wird analog zum DWA(DVWK)-Verfahren 121 (1992) die Einheit Abflusshöhe  $h_A[mm]$  gewählt. Diese ist wie folgt definiert:

$$h_A[mm] = \frac{V[m^3]}{A_E[km^2] * 1000} \quad (1)$$

wobei  $A_E$  der Einzugsgebietsfläche und  $V$  dem Defizitvolumen in  $m^3$  entsprechen.

Die Einzugsgebietfläche dieser Station beträgt 0.56 km<sup>2</sup>.

Das grösste Defizitvolumen der Analyseperiode beträgt 37.58 mm (06.07.1962 - 06.03.1963).

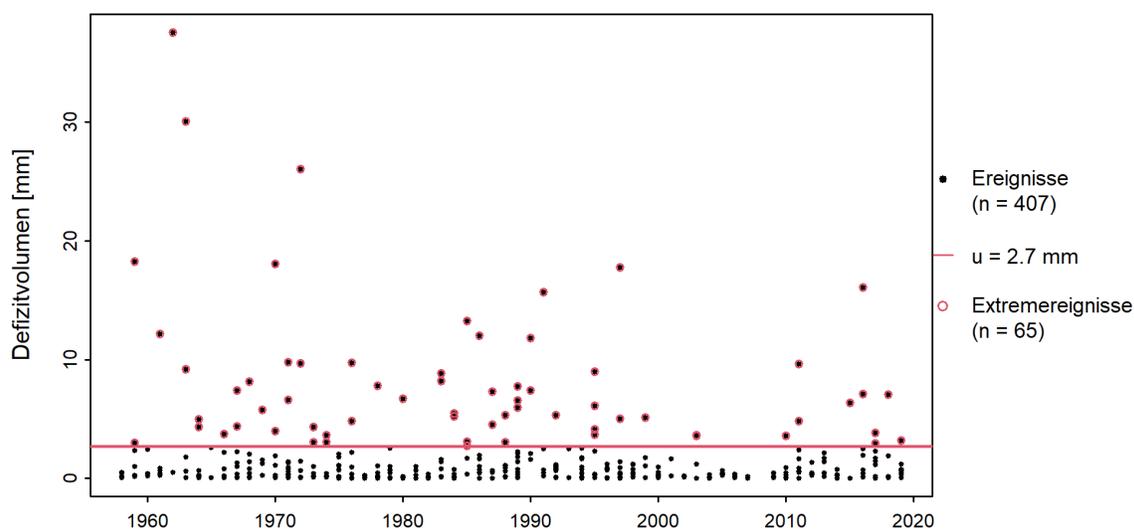


Abbildung 13: Auswahl der für den POT-Ansatz verwendeten Defizitvolumen-Extremereignisse

Für die Auswertungsperiode (1958-2019) zeigt sich kein signifikanter Unterschied zwischen der stationären und den nicht-stationären Modellvarianten, weshalb hier die Resultate des stationären Modells präsentiert werden.

Verwendete Anzahl Werte und geschätzte Modellparameter:

Schwellenwert	Anzahl Werte	Ereignisrate	Skalenparameter	Formparameter
$u$	$n$	$\hat{\lambda}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\kappa}$
2.7 mm	65	1.05	4.5	0.17

Die Güte des Modells wird grafisch anhand der in Abbildung 14 dargestellten Diagnostikplots beurteilt.

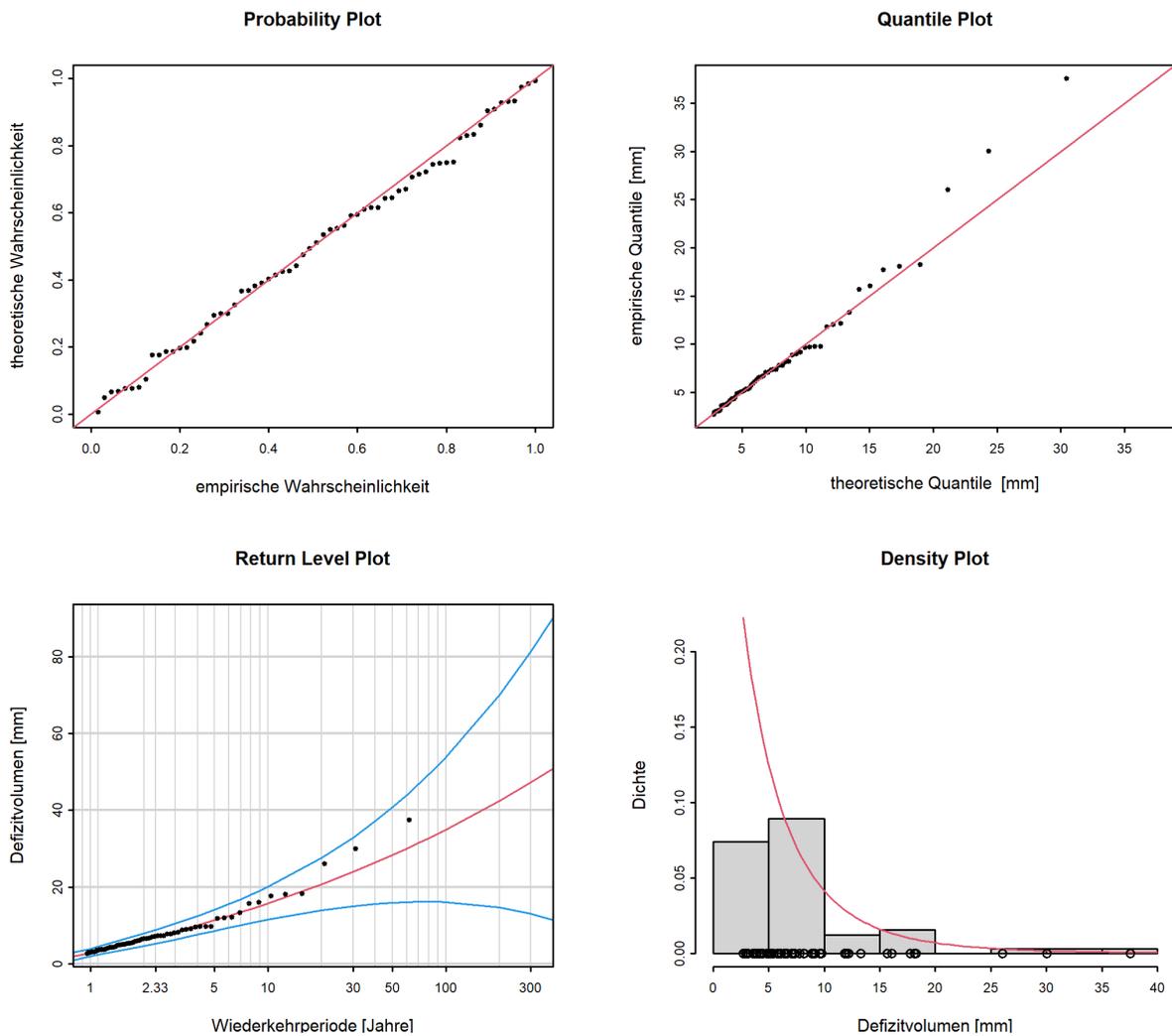


Abbildung 14: Diagnostikplots der Modellvariante “stat” des POT-Ansatzes (01.04.1958 - 31.03.2020)

Bewertung Diagnostikplots (Abbildung 14):

Kriterien	Bewertung <sup>7</sup>	Bemerkungen
Anpassung linker Bereich	gut	-
Anpassung mittlerer Bereich	mittel-gut	-
Anpassung rechter Bereich	mittel	Die drei grössten Werte werden unterschätzt.
Konfidenzintervall	gross	Wird für längere Wiederkehrperioden grösser.

<sup>7</sup>Siehe [Leitfaden](#) Kapitel 4.3

Folgende Tabelle enthält die Defizitvolumen für verschiedene Wiederkehrperioden, berechnet mit dem stationären POT-Ansatz über die Auswertungsperiode 01.04.1958 - 31.03.2020 (inkl. Konfidenzintervall berechnet über die Deltamethode):

$DV_T$	untere Konfidenzgrenze [mm]	Defizitvolumen [mm]	obere Konfidenzgrenze [mm]
$DV_2$	4	6	8
$DV_{10}$	11	16	21
$DV_{30}$	14	24	34
$DV_{100}$	13	35	57
$DV_{300}$	8	47	86

### 3 Literatur

*BAFU* (2023). Leitfaden zu den Stationsberichten der Niedrigwasserstatistik. BAFU, Bern.

*Baumgartner, E., Boldi, M.-O., Kan, C., Schick, S.* (2013). Hochwasserstatistik am BAFU - Diskussion eines neuen Methodensets. Wasser Energie Luft, Heft 2/2013. Baden.

*Coles, S.* (2001). An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values. Springer. London.

*DWA* (2022). DVWA-Regelwerk. Merkblatt DWA-M 541. Statistische Analyse von Niedrigwasserkenngößen.

*DWA/DVWK (Hrsg.)* (1983). DVWK-R 120 - Niedrigwasseranalyse. Teil 1. Statistische Untersuchung des Niedrigwasser-Abflusses. Deutscher Verband für Wasserwirtschaft und Kulturbau a.V., Hamburg/Berlin.

*DWA/DVWK (Hrsg.)* (1992). DVWK-R 121 - Niedrigwasseranalyse. Teil 2. Statistische Untersuchung der Unterschreitungsdauer und des Abflussdefizits. Deutscher Verband für Wasserwirtschaft und Kulturbau a.V., Hamburg/Berlin.

*Hisdal, H., Tallaksen, L.M., Clausen, B., Peters, E., Gustard, A.* (2004). Hydrological Drought Characteristics. Developments in Water Science 49, S. 139-198.

# Anhang

## A Bestimmung des Schwellenwerts zur Abgrenzung von Extremwerten

Zur Festlegung des Schwellenwerts  $u$ , welcher der Abgrenzung der Extremwerte des POT-Ansatzes dient, wird iterativ vorgegangen. Es werden der “mean residual life plot”, der “fitrange plot” sowie die Anzahl Extremereignisse, die sich aus der Wahl eines Schwellenwertes ergeben, berücksichtigt.

### A.1 Niedrigwasserabfluss

Der Schwellenwert  $u$  wurde auf  $2.5 \text{ l/s}$  festgelegt. Das wurde anhand des mean residual life plots (s. Abbildung 15) und unter Berücksichtigung des fitrange plots und der Samplegrösse angepasst. So wird eine Samplegrösse von 137 Elementen erreicht.

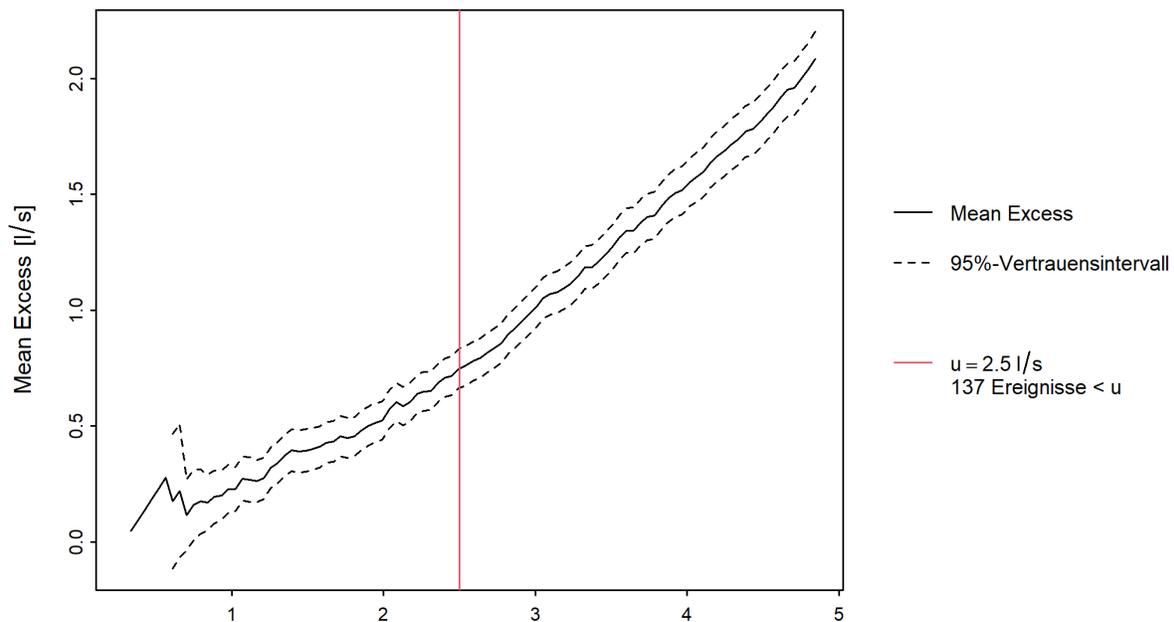


Abbildung 15: “mean residual life plot” für Niedrigwasserabfluss

## A.2 Niedrigwasserdauer

Der Schwellenwert  $u$  wurde auf 15.7 Tage festgelegt. Das wurde anhand des mean residual life plots (s. Abbildung 16) und unter Berücksichtigung des fitrange plots angepasst. So wird eine Samplegrösse von 87 Elementen erreicht.

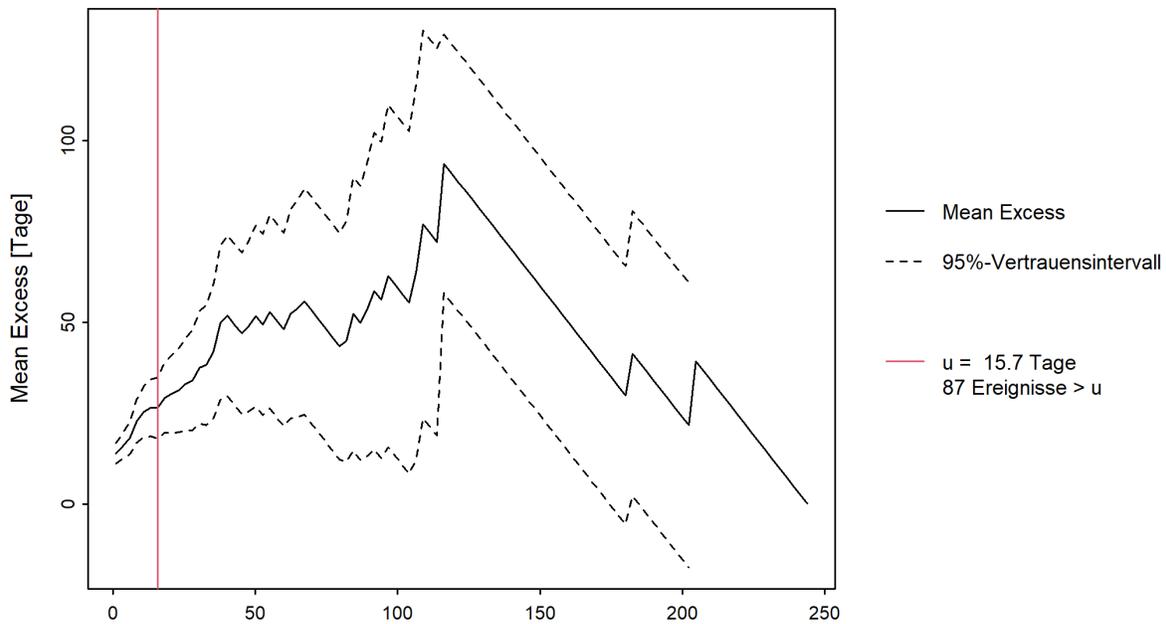


Abbildung 16: “mean residual life plot” für Niedrigwasserdauer

## A.3 Defizitvolumen

Der Schwellenwert  $u$  wurde auf 2.7 mm festgelegt. Das wurde anhand des mean residual life plots (s. Abbildung 17) und unter Berücksichtigung des fitrange plots angepasst. So wird eine Samplegrösse von 65 Elementen erreicht.

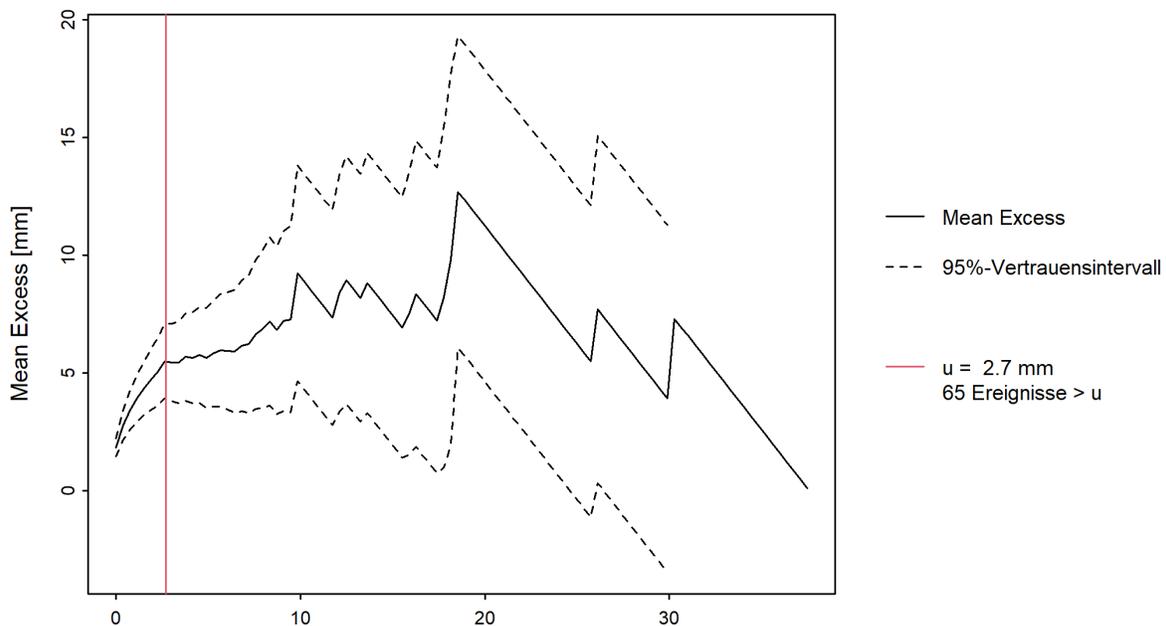


Abbildung 17: “mean residual life plot” für Defizitvolumen

## B Glossar

Auswertungsperiode	Zeitlich begrenzter Zeitraum, aus welchem eine Stichprobe der Niedrigwasserabflüsse stammt, die als repräsentativ für die Grundgesamtheit angenommen wird. Es wird davon ausgegangen, dass die Eigenschaften der Grundgesamtheit mit dieser Stichprobe annähernd abgebildet werden.
Deltamethode	Das BAFU nutzt die Deltamethode zur Berechnung von Konfidenzintervallen in den Return Level Plots. Die Methode basiert auf einer Taylor-Entwicklung der Funktion der $NQ_T$ (bzw. $ND_T / DV_T$ ) und einer asymptotischen Normalverteilung. (Für technische Details siehe Coles 2001, S. 33.)
Devianzstatistik	Mit der Devianzstatistik kann die Anpassungsgüte eines Modells für einen gegebenen Datensatz untersucht werden.
DV (Defizitvolumen)	Die Differenz zwischen dem Abfluss eines Niedrigwassertags und dem Schwellenwert $u_{80}$ wird als Abflussdefizit bezeichnet. Die Summe aller Abflussdefizite innerhalb einer Niedrigwasserdauer bildet das Defizitvolumen. Zur besseren Vergleichbarkeit der abgeschätzten Defizitvolumen der verschiedenen Stationen wird das Defizitvolumen in die Einheit Abflusshöhe $h_A[mm]$ umgerechnet.
$DV_T$	Das mittels Verteilungsfunktion für eine vorgegebene Jährlichkeit $T$ bestimmte Defizitvolumen $DV_T$ ist ein Schätzwert, der über oder unter dem wahren Wert des Defizitvolumens mit statistisch gesehen $T$ -jährlicher Wiederkehrperiode liegen kann. Die mit den parametrischen Verfahren berechneten $DV_T$ gelten für eine ganze Periode (stationärer Fall) bzw. das aktuelle Berichtsjahr (nicht-stationärer Fall).
Güte, auch Anpassungsgüte oder Anpassung	Mass für die Abweichung eines statistischen Modells (theoretische Werte) und einer Menge von Beobachtungen bzw. Messungen (empirische Daten).
Konfidenzintervall auch Vertrauensintervall	Konfidenzintervalle beschreiben die Unsicherheit des Outputs eines statistischen Modells. Sie berücksichtigen dabei den Fehler des Modells selbst, nicht aber weitere Unsicherheiten (z.B. Messfehler).
M7Q	Über sieben Tage gemittelte Abflusswerte.
Maximum-Likelihood-Methode	Bezeichnung für ein Verfahren, das die Parameter einer Verteilungsfunktion aus den Informationen einer Stichprobe schätzt, indem der Maximum-Likelihood-Wert der Funktion maximiert wird.
ND (Niedrigwasserdauer)	Die Niedrigwasserdauer wird auf Basis der Niedrigwasserperioden wie folgt bestimmt: Mit dem „pooling together“-Verfahren werden abhängige Niedrigwasserperioden identifiziert und zusammengefügt. Dazu werden Defizit- und Überschussvolumen betrachtet. Kann das Überschussvolumen zwischen zwei Niedrigwasserperioden die Defizitvolumen dieser Niedrigwasserperioden nicht kompensieren, so werden die beiden Niedrigwasserperioden als abhängige Ereignisse identifiziert und zu einer Niedrigwasserdauer zusammengefügt (für Details zum „pooling together“-Verfahren siehe <a href="#">Leitfaden</a> Kapitel 1.3).
$ND_T$	Die mittels Verteilungsfunktion für eine vorgegebene Jährlichkeit $T$ bestimmte Niedrigwasserdauer $ND_T$ ist ein Schätzwert, der über oder unter dem wahren Wert der Niedrigwasserdauer mit statistisch gesehen $T$ -jährlicher Wiederkehrperiode liegen kann. Die mit den parametrischen Verfahren berechneten $ND_T$ gelten für eine ganze Periode (stationärer Fall) bzw. das aktuelle Berichtsjahr (nicht-stationärer Fall).

Nicht-Stationarität	Nicht-stationäre Modelle werden verwendet, um ein Abflussverhalten zu beschreiben, welches zeitlichen Änderungen unterliegt. Solche Änderungen können durch einen Wechsel der Messgeräte und Messmethoden, durch Stationsverlagerung, durch Gerinneveränderungen und durch anthropogene Einflüsse verursacht werden. Bei anthropogenen Einflüssen können die Veränderungen meist nicht einem einzelnen Eingriff zugeordnet werden, sondern sie bestehen aus Überlagerungen von verschiedenen, wasserwirtschaftlichen Massnahmen. Werden zeitliche Veränderungen der Daten vermutet, werden die Parameter der entsprechenden Verteilungsfunktion zeitlich abhängig modelliert. Dies führt dazu, dass sich auch die berechneten $NQ_T$ (bzw. $ND_T / DV_T$ ) über die Zeit verändern.
Niedrigwasserperiode	Die Niedrigwasserperiode ist der Zeitraum, welcher am Tag, an dem der Abfluss den Schwellenwert $u_{80}$ unterschreitet, beginnt und bis zum Tag, bevor der Schwellenwert $u_{80}$ wieder überschritten wird, andauert.
Niedrigwassertag	Ein Tag, an welchem der Abfluss den Schwellenwert $u_{80}$ unterschreitet, ist ein Niedrigwassertag.
NM7Q	Die Niedrigwasserkenngrösse NM7Q gibt den kleinsten, über 7 aufeinanderfolgende Tage gemittelten Abfluss innerhalb eines Niedrigwasserjahres an, wobei als Datum jeweils der vierte Tag der betrachteten Tage angegeben wird (Bsp: NM7Q vom 1. Mai = Mittelwert vom 28. April - 4. Mai).
$NQ_T$	Der mittels Verteilungsfunktion für eine vorgegebene Jährlichkeit $T$ bestimmte Niedrigwasserabfluss $NQ_T$ ist ein Schätzwert, der über oder unter dem wahren Wert der Niedrigwasserabflüsse mit statistisch gesehen $T$ -jährlicher Wiederkehrperiode liegen kann. Die mit den parametrischen Verfahren berechneten $NQ_T$ gelten für eine ganze Periode (stationärer Fall) bzw. das aktuelle Berichtsjahr (nicht-stationärer Fall).
Parametrische Verfahren	Ein wichtiges Ziel der Statistik ist es mittels der Daten einer Stichprobe Aussagen über eine unbekanntes Grundgesamtheit herzuleiten. Dafür eignen sich u. a. parametrische Verfahren, bei welchen angenommen wird, dass die Grundgesamtheit eine vorgegebene Wahrscheinlichkeitsverteilung besitzt, welche durch einen oder mehrere Parameter eindeutig bestimmt ist. Die beiden betrachteten Verfahren stützen sich auf die Allgemeine Extremwertverteilung (BLOCK), bzw. auf die Allgemeine Pareto-Verteilung (POT), weil diese Verteilungen die Natur der Daten (Blockminima, bzw. Daten ab einem gewissen Schwellenwert) am besten reflektieren (siehe Coles 2001).
Block-Minimum-Ansatz (BLOCK)	Der Block Minimum Ansatz (BLOCK) definiert den tiefsten Abflusswert innerhalb eines Zeitintervalls (Block, im vorliegenden Fall ein Jahr) als Extremwert (siehe <a href="#">Leitfaden</a> Kapitel 3.1 oder Coles 2001, Kapitel 3.1).
Peaks-Over-Threshold Ansatz (POT)	Beim Peaks-Over-Threshold-Ansatz (POT) gelten Werte als Extremereignisse, wenn sie einen gewissen Schwellenwert $u_{80}$ überschreiten (bei M7Q wenn sie einen Schwellenwert $u_{80}$ unterschreiten). Die verwendeten Daten werden vorgängig von Clustern befreit (siehe <a href="#">Leitfaden</a> Kapitel 3.2, oder Coles 2001, Kapitel 4.2).
Probability Plot (P-P-Plot)	Exploratives, grafisches Werkzeug, in dem die Verteilungsfunktionen zweier statistischer Variablen gegeneinander abgetragen werden, um ihre Verteilungen zu vergleichen. Hier: aufsummierte empirische Häufigkeiten vs. die theoretische, kumulierte Verteilungsfunktion. Je besser die Daten auf der Einheitsdiagonale liegen, desto eher kann davon ausgegangen werden, dass die Modellannahmen korrekt sind. (Enthält die gleichen Informationen wie der Q-Q-Plot, dargestellt auf einer unterschiedlichen Skala.)

Quantile Plot (Q-Q-Plot)	Exploratives, grafisches Werkzeug, in dem die Quantile zweier statistischer Variablen gegeneinander abgetragen werden, um ihre Verteilung zu vergleichen. Hier: beobachtete Abflusswerte (bzw. Niedrigwasserdauern / Defizitvolumen) vs. die mit Hilfe eines Modells berechneten Abflussdaten. Stimmen die empirischen und theoretischen Quantile annähernd überein, liegen die Werte in der Grafik nahe der Diagonalen. (Enthält die gleichen Informationen wie der P-P-Plot, dargestellt auf einer unterschiedlichen Skala.) Hinweis: Die theoretischen Quantile werden aus der Umkehrfunktion der Verteilungsfunktion berechnet. Für den direkten, optischen Vergleich mit dem entsprechenden Probability Plot sind die Achsen des Quantile Plots daher vertauscht.
Stationarität	Beobachtet man bei einer Messstation, dass sich das Abflussverhalten über die Beobachtungsperiode nicht wesentlich ändert, so empfiehlt es sich, ein stationäres Modell zu verwenden. Im stationären Fall wird angenommen, dass alle Parameter der Verteilungsfunktion über den gesamten Untersuchungszeitraum konstant sind.
Verteilungsfunktion	Beschreibt die Grundgesamtheit der Niedrigwasserabflüsse (bzw. Niedrigwasserdauern / Defizitvolumen) eines Einzugsgebiets. Die Verteilungsfunktion gibt die Wahrscheinlichkeiten an, dass ein Niedrigwasserabfluss $NQ$ (bzw. eine Niedrigwasserdauer $ND$ / ein Defizitvolumen $DV$ ) in einem Jahr erreicht oder überschritten wird.
Empirische Häufigkeitsverteilung	Kann aus der gewählten Stichprobe bestimmt werden.
Theoretische Wahrscheinlichkeitsverteilung	Schliesst von der gewählten Stichprobe auf die Grundgesamtheit. Es gibt viele verschiedene theoretische Verteilungsfunktionen, welche die Voraussetzungen für die Anwendung in der Niedrigwasserstatistik erfüllen, aber keine, die für alle Stichproben die besten Resultate gewährleistet.
Verteilungsparameter	
$\lambda$ Ereignisrate (lambda)	Beim POT-Ansatz entspricht die Ereignisrate $\lambda$ der mittleren Anzahl der Unterschreitungen des Schwellenwerts $u$ (bzw. Überschreitungen bei den $M7Q$ ) während des Zeitintervalls von einem Jahr.
$\kappa$ Formparameter (kappa)	Der Formparameter $\kappa$ steht in direktem Zusammenhang mit der sogenannten „Heaviness of Tail“ der Verteilung. Als Tail wird der Bereich mit den Ausreißern nach oben (bzw. bei den $M7Q$ der Bereich mit den Ausreißern nach unten) bezeichnet. Ist $\kappa$ gross, so werden viele solche Ausreißer angenommen. Bei negativen Werten für $\kappa$ hingegen wird angenommen, dass für die Extremwerte eine obere (bzw. bei $M7Q$ untere) Schranke existiert.
$\mu$ Lageparameter (mu)	Beschreibt beim BLOCK-Ansatz die mittlere Lage der Stichprobenelemente (hier: $NM7Q$ ) in Bezug auf die Messskala (hier: $m^3/s$ bzw. $l/s$ ).
$\sigma$ Skalenparameter (sigma)	Mass für die Varianz einer Verteilungsfunktion.