



Schweizerische Eidgenossenschaft
Confédération suisse
Confederazione Svizzera
Confederaziun svizra

Eidgenössisches Departement für
Umwelt, Verkehr, Energie und Kommunikation UVEK
Bundesamt für Umwelt BAFU

NIEDRIGWASSERSTATISTIK

STATIONSBERICHT

Gürbe - Belp, Mülimatt

weitere Erläuterungen: [Leitfaden](#)
Kontakt: hydrologie@bafu.admin.ch

Inhaltsverzeichnis

1	Datengrundlage	2
2	Resultate der parametrischen Verfahren	6
2.1	Niedrigwasserabfluss	7
2.1.1	Block Minimum Ansatz (BLOCK)	7
2.1.2	Peaks Over Threshold Ansatz (POT)	9
2.1.3	Vergleich der verschiedenen Resultate	11
2.2	Niedrigwasserdauer	12
2.3	Defizitvolumen	15
3	Literatur	18
Anhang		19
A	Bestimmung des Schwellenwerts zur Abgrenzung von Extremwerten	19
A.1	Niedrigwasserabfluss	19
A.2	Niedrigwasserdauer	20
A.3	Defizitvolumen	20
B	Glossar	21

1 Datengrundlage

Es stehen die folgenden Abflussdaten für die extremwertstatistischen Auswertungen zur Verfügung:

Vorhandene Daten	seit	bis
Digitale Tagesmittel	25.02.1922	31.12.2019

Ein Limnigraph wurde am 25. Februar 1922 in Betrieb genommen.

Die Abflussdaten können folgendermassen charakterisiert werden:

Abflussverlauf	Beschreibung
Abflussregimetyt	Pluvial supérieur: Etwas höhere Abflüsse im Sommer als im Winter.
Ausprägung der Saisonalität	In den Monatsminima der M7Q kaum zu erkennen (Abbildung 2).
Beeinflussung	Geringfügige Beeinflussung durch das Laufkraftwerk Blumenstein (Inbetriebnahme 1918) sowie Zu- und Ableitungen von Trinkwasser.

Aufgrund des zeitlichen Auftretens der Niedrigwasserperioden (vgl. Abbildung 1) wird der April als Startmonat für das Niedrigwasserjahr der Station Gürbe - Belp, Mülimatt gewählt. Entsprechend dauert ein Niedrigwasserjahr vom 01.04. bis zum 31.03. Zwei Niedrigwasserperioden befinden sich so in je zwei verschiedenen Niedrigwasserjahren, aber es ist der bestmögliche Zeitpunkt als Startmonat für diese Station.

Die kleinsten Werte der monatlichen Minima der M7Q treten mehrheitlich in den Monaten September bis Januar auf (Abbildung 2). Die Zeitreihe der monatlichen Minima zeigt eine kurze Phase in den 1940er Jahren, in der die niedrigsten Werte etwas tiefer und die höchsten Werte deutlich tiefer liegen, ansonsten ist das Verhalten der Daten über den gesamten Zeitraum ziemlich regelmässig (Abbildung 3). Aus Abbildung 4 ist ersichtlich, dass die Niedrigwasser von kurzer Dauer während den 1940er Jahren etwas seltener werden, während die von längerer Dauer leicht zunehmen. Dies entspricht den Beobachtungen der monatlichen Minima der M7Q. In der Zeitreihe der Defizitvolumen (Abbildung 5) ist nur eine leichte Abnahme der tieferen Werte in den 1940er Jahren erkennbar.

Die NM7Q werden basierend auf den Abflusstagesmittelwerten der Niedrigwasserjahre bestimmt und bewegen sich in der Beobachtungsperiode zwischen 0.15 und 1.64 m³/s (Abbildung 6).

Die Bruchpunktanalyse der NM7Q ergibt keinen signifikanten Bruchpunkt, weshalb die gesamte Beobachtungsperiode analysiert wird. Die Auswertungsperiode der Station Gürbe - Belp, Mülimatt umfasst somit die Niedrigwasserjahre von 1922 bis 2018.

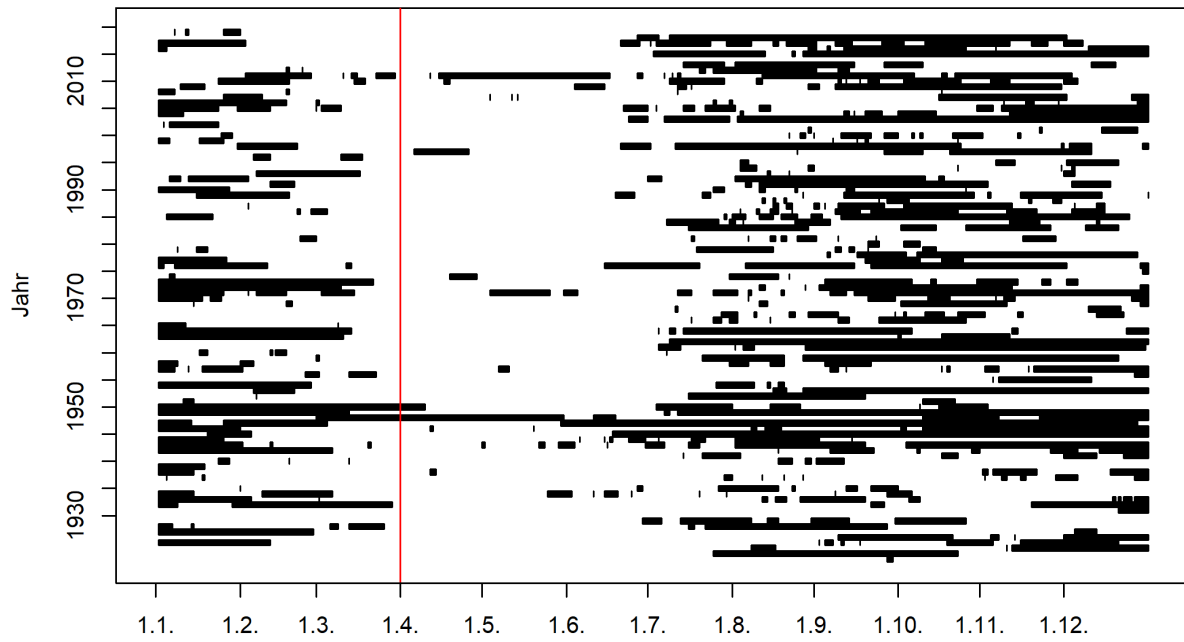


Abbildung 1: Zeitliches Auftreten der Niedrigwasserperioden im Jahresverlauf (01.04.1922 - 31.03.2019) und Startmonat des Niedrigwasserjahres (rote Linie)¹

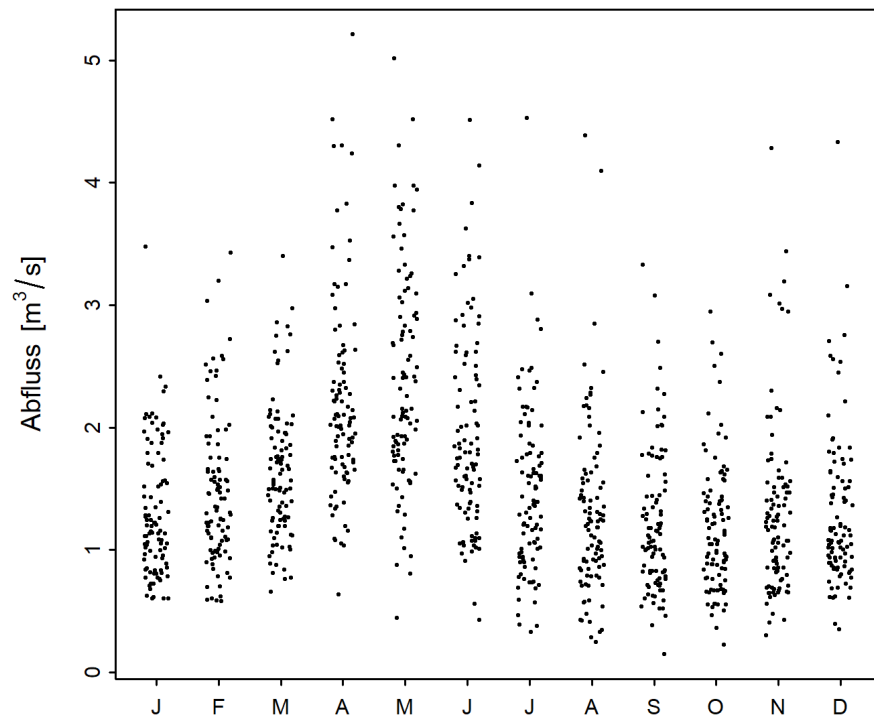


Abbildung 2: Saisonaler Verlauf der monatlichen Minima der M7Q [m³/s] (01.04.1922 - 31.03.2019)

¹Der Startmonat des Niedrigwassersjahres wird nur anhand der Werte der Auswertungsperiode bestimmt.

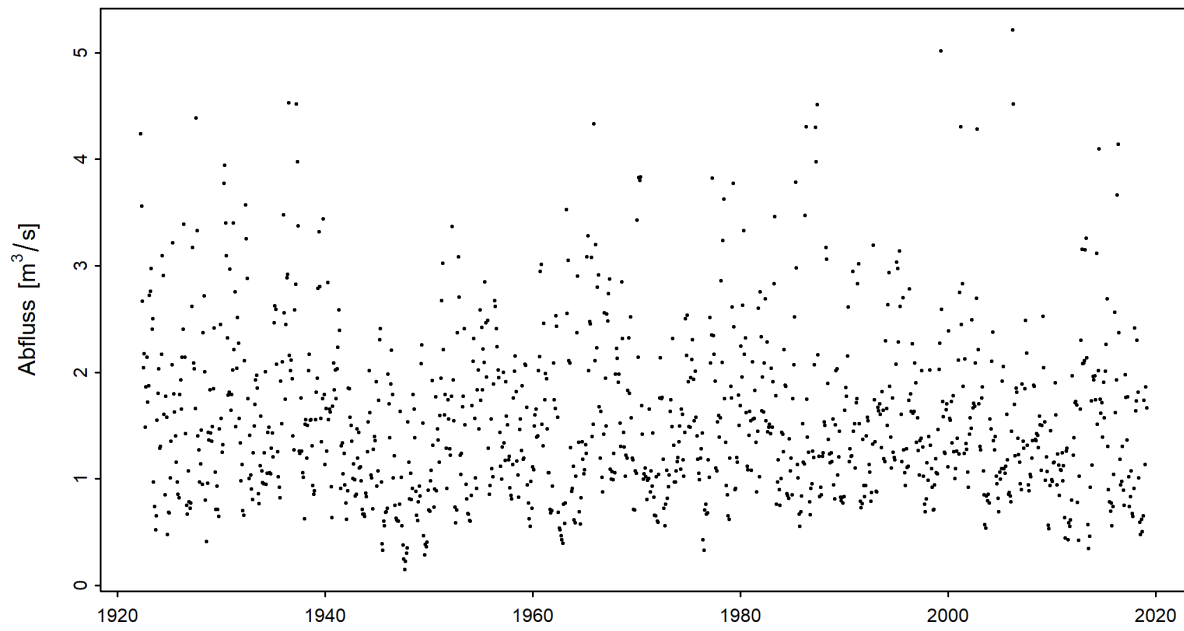


Abbildung 3: Zeitreihe der monatlichen Minima der M7Q [m^3/s] (01.04.1922 - 31.03.2019)

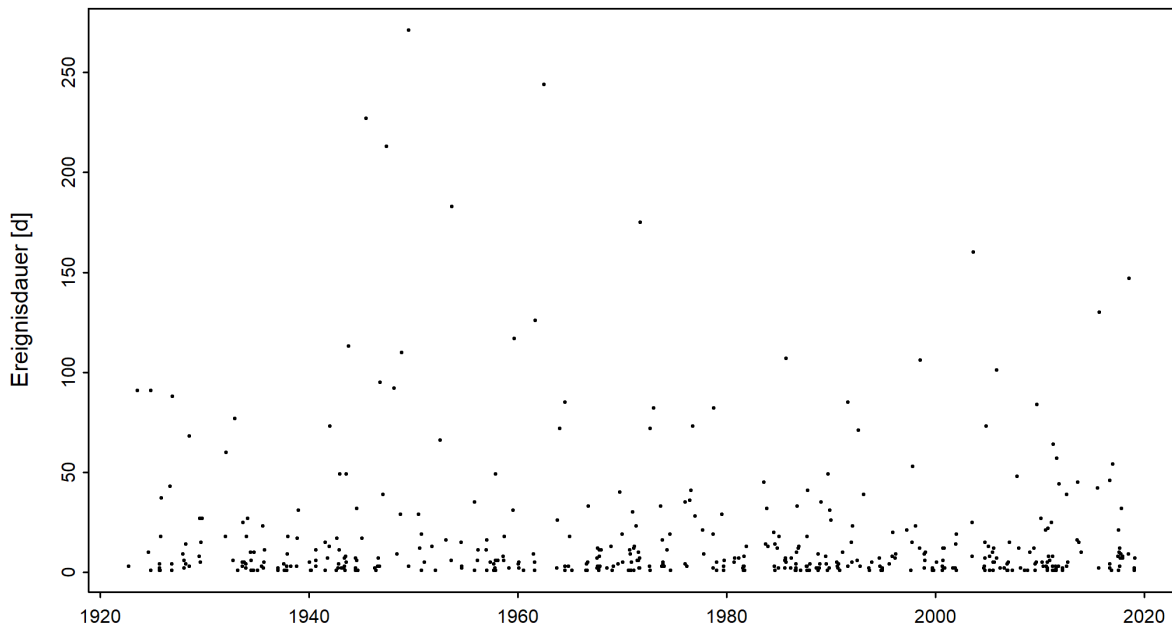


Abbildung 4: Zeitreihe der Niedrigwasserdauern [d] (01.04.1922 - 31.03.2019)

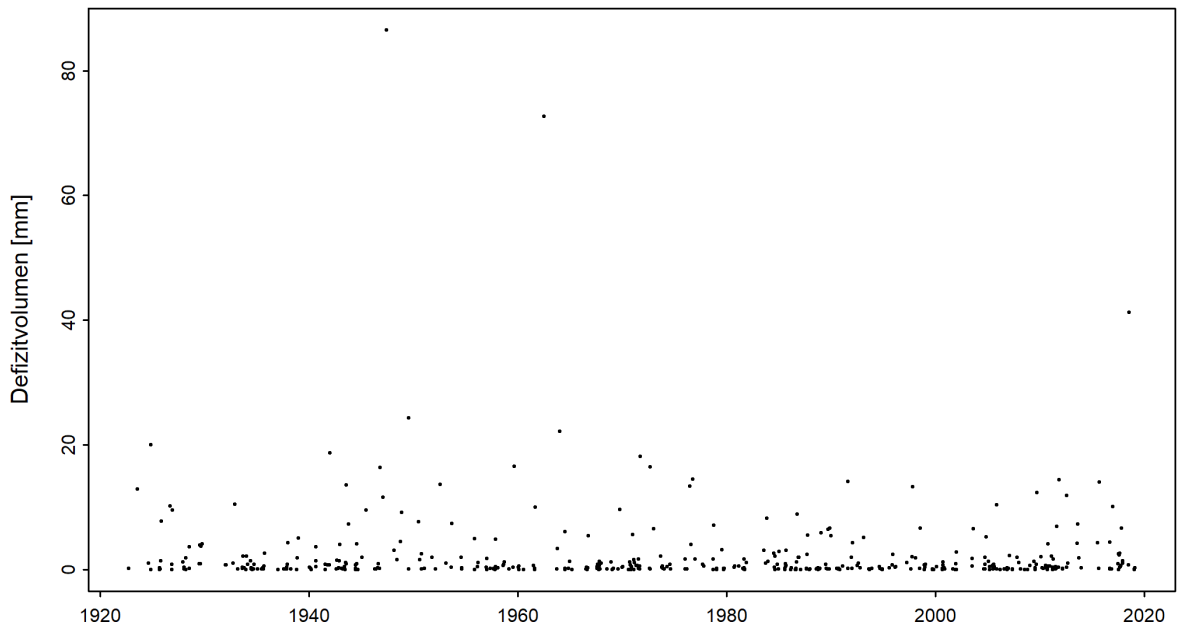


Abbildung 5: Zeitreihe der Defizitvolumen [mm] (01.04.1922 - 31.03.2019)

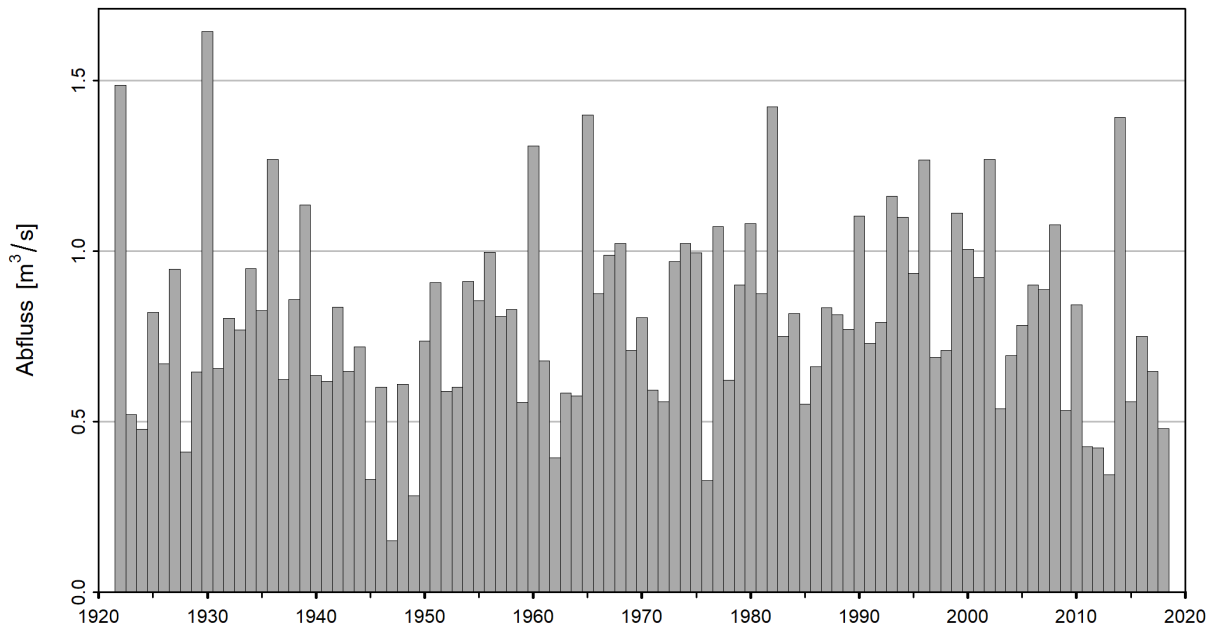


Abbildung 6: Zeitreihe der NM7Q [m^3/s] (01.04.1922 - 31.03.2019)

2 Resultate der parametrischen Verfahren

Mit Hilfe von zwei parametrischen Verfahren (BLOCK- und POT-Ansatz) werden die Niedrigwasserwahrscheinlichkeiten NQ_T abgeschätzt. Die Niedrigwasserdauerwahrscheinlichkeiten ND_T und die Defizitvolumenwahrscheinlichkeiten DV_T werden anhand des POT-Ansatzes abgeschätzt.

Die beiden Ansätze unterscheiden sich in der Methode wie Extremwerte identifiziert werden. Sie basieren auf folgenden Modelleingangsdaten und Parametern:

Parametrisches Verfahren	Parameter	Modelleingangsdaten
Block Minimum (BLOCK)	μ Lageparameter	NM7Q
	σ Skalenparameter	
	κ Formparameter	
Peaks Over Threshold (POT)	λ Ereignisrate	M7Q / Niedrigwasserdauern / Defizitvolumen
	σ Skalenparameter ²	
	κ Formparameter	

Für beide parametrischen Ansätze wird jeweils der stationäre Fall berechnet. Das heisst, es wird angenommen, dass alle Parameter der Verteilungsfunktion über den gesamten Untersuchungszeitraum konstant sind. Wenn die Stationsgeschichte jedoch eine zeitliche Veränderung vermuten lässt, können die Parameter der entsprechenden Verteilungsfunktion zeitlich abhängig modelliert werden. Folgende, in Tabelle 1 und Tabelle 2 aufgeführten Modellvarianten werden verwendet:

Tabelle 1: Verwendete Modellvarianten des BLOCK-Ansatzes. μ Lageparameter (mu), σ Skalenparameter (sigma), κ Formparameter (kappa).

Modellvarianten BLOCK			
Name	Beschreibung	Parameter (t: Jahr)	Anzahl Parameter
stat	Stationäre Variante	μ, σ, κ	3
mul	Linearer Trend von μ	$\mu = a_1 + a_2 * t, \sigma, \kappa$	4
muq	Quadratischer Trend von μ	$\mu = a_1 + a_2 * t + a_3 * t^2, \sigma, \kappa$	5
sigl	Linearer Trend von σ	$\mu, \sigma = b_1 + b_2 * t, \kappa$	4
musigl	Linearer Trend von μ und σ	$\mu = a_1 + a_2 * t, \sigma = b_1 + b_2 * t, \kappa$	5
mujump	Nicht-kontinuierliche Veränderung von μ zum Zeitpunkt t_0	$\mu = a_1 + a_2 * i, \sigma, \kappa,$ $i = 0$ für $t < t_0, i = 1$ für $t \geq t_0$	4

Tabelle 2: Verwendete Modellvarianten des POT-Ansatzes. σ Lageparameter (sigma), κ Formparameter (kappa).

Modellvarianten POT			
Name	Beschreibung	Parameter (t: Jahr)	Anzahl Parameter
stat	Stationäre Variante	σ, κ	2
sigl	Linearer Trend von σ	$\sigma = b_1 + b_2 * t, \kappa$	3
sigjump	Nicht-kontinuierliche Veränderung von σ zum Zeitpunkt t_0	$\sigma = b_1 + b_2 * i, \kappa,$ $i = 0$ für $t < t_0, i = 1$ für $t \geq t_0$	3

Die Güte der Modellvarianten wird jeweils grafisch mit Hilfe eines Probability und eines Quantile Plots beurteilt (siehe z.B. Abbildung 7 und [Leitfaden](#) Kapitel 4.3). Je besser die Daten auf der Einheitsdiagonalen liegen, desto eher kann davon ausgegangen werden, dass die Modellannahmen korrekt sind. Anhand eines Ablaufschemas wird schliesslich entschieden, welches nicht-stationäre Modell allenfalls weiterverwendet wird (siehe Abbildung 8 im [Leitfaden](#) Kapitel 3.3). Im Folgenden sind jeweils die Verfahren mit den besten Resultaten aufgeführt.

²Der Skalenparameter σ des POT-Ansatzes ist numerisch nicht identisch mit dem σ des BLOCK-Ansatzes.

2.1 Niedrigwasserabfluss

2.1.1 Block Minimum Ansatz (BLOCK)

Der Block Minimum Ansatz (BLOCK) definiert den tiefsten Wert innerhalb eines Zeitintervalls (Block, im vorliegenden Fall ein Jahr) als Extremwert.

Das kleinste NM7Q der Analyseperiode beträgt $0.15 \text{ m}^3/\text{s}$ (20.09.1947).

Für die Auswertungsperiode (1922-2018) zeigt sich eine signifikante Verbesserung des Modells bei der Verwendung der nicht-stationären Variante mujump1965. Daher wird anstelle der stationären Modellvariante die nicht-stationäre Variante mujump1965 präsentiert. Das Jahr t_0 ergibt sich aus der Bruchpunktanalyse der Auswertungsperiode, es wird standardmässig der resultierende Bruchpunkt benutzt, auch wenn dieser nicht signifikant ist.

Verwendete Anzahl Werte und geschätzte Modellparameter:

Anzahl Werte n	Zeitpunkt t_0	Lageparameter $\hat{\mu}^3$		Skalenparameter $\hat{\sigma}$	Formparameter \hat{k}
		a_1	a_2		
97	1965	-0.82	-0.11	0.3	-0.4042

Die Güte des Modells wird grafisch anhand der in Abbildung 7 dargestellten Diagnostikplots beurteilt.

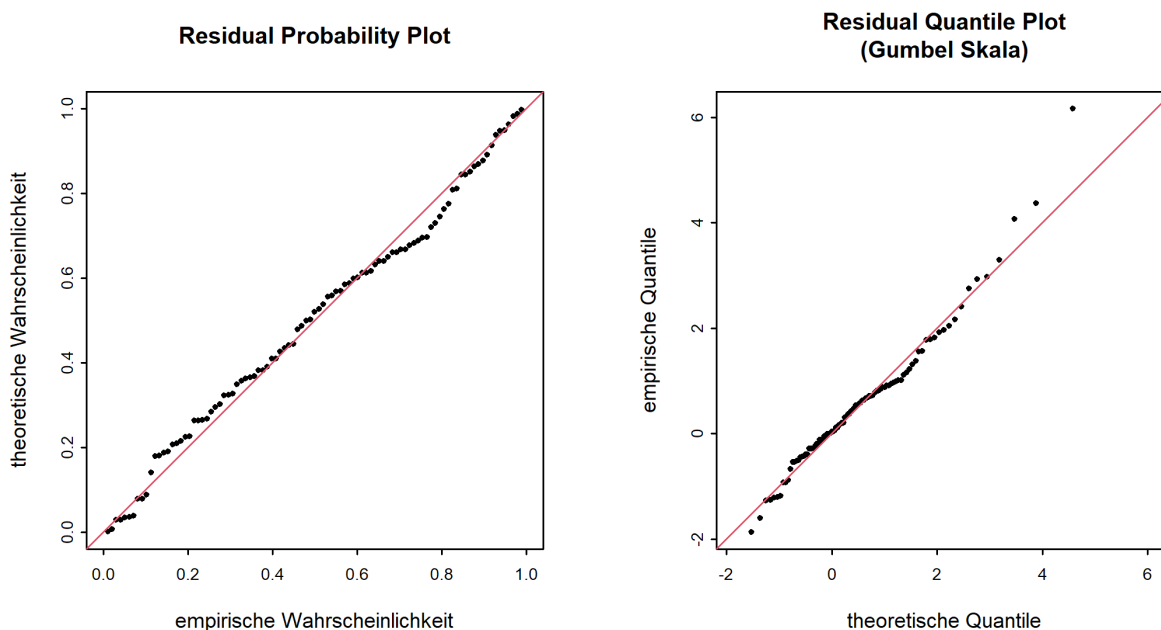


Abbildung 7: Diagnostikplots der Modellvariante "mujump1965" des BLOCK-Ansatzes (01.04.1922 - 31.03.2019)

³ $\hat{\mu} = a_1 + a_2 \cdot i$, $i = 0$ für $t < t_0$, $i = 1$ für $t \geq t_0$ (s. Tabelle 1)

Bewertung Diagnostikplots (Abbildung 7):

Kriterien	Bewertung⁴	Bemerkungen
Anpassung linker Bereich	mittel-gut	-
Anpassung mittlerer Bereich	gut	-
Anpassung rechter Bereich	mittel	Die kleinsten Werte werden leicht überschätzt.

Folgende Tabelle enthält die für das aktuellste Jahr (2018) bestimmten Abflussmengen für verschiedene Wiederkehrperioden, berechnet mit dem nicht-stationären Modell mujump1965 des BLOCK-Ansatzes über die Auswertungsperiode 01.04.1922 - 31.03.2019 (inkl. Konfidenzintervall berechnet über die Deltamethode):

NQ_T (NM7Q)	untere Konfidenzgrenze [m³/s]	Abfluss [m³/s]	obere Konfidenzgrenze [m³/s]
NQ ₂	0.76	0.83	0.90
NQ ₁₀	0.42	0.50	0.57
NQ ₃₀	0.31	0.39	0.47
NQ ₁₀₀	0.23	0.32	0.41
NQ ₃₀₀	0.17	0.27	0.38

⁴Siehe [Leitfaden](#) Kapitel 4.3

2.1.2 Peaks Over Threshold Ansatz (POT)

Für den Peaks over Threshold Ansatz (POT) werden die M7Q ab dem 01.04.1922 analysiert. Als Schwellenwert u_{80} zur Abgrenzung von Niedrigwasserereignissen wird das 80%-Quantil der Abflussdauerkurve (Q_{80} bzw. Q_{292}) ausgewählt. An allen Tagen, an denen der Abfluss-Tagesmittelwert den Schwellenwert u_{80} von $1.26 \text{ m}^3/\text{s}$ unterschreitet, liegt ein Niedrigwasser vor.

Durch ein Declustering wird sichergestellt, dass zwei Niedrigwasserereignisse, bei denen das dazwischenliegende Überschussvolumen das vorangegangene Defizitvolumen egalisieren konnte, als unabhängig angesehen werden (s. [Leitfaden](#) Kapitel 1.3).

Jene Werte, die einen tieferen Schwellenwert u unterschreiten, gelten bei der Analyse der M7Q mit dem POT-Ansatz als Extremereignisse. Der Schwellenwert u wird in einem iterativen Vorgehen anhand verschiedener Kriterien bestimmt (s. Anhang A.1 und [Leitfaden](#) Kapitel 4.1). Abbildung 8 zeigt die M7Q, die festgelegten Schwellenwerte u_{80} und u sowie die aufgrund des Schwellenwerts u definierten Extremereignisse (rote Kreise).

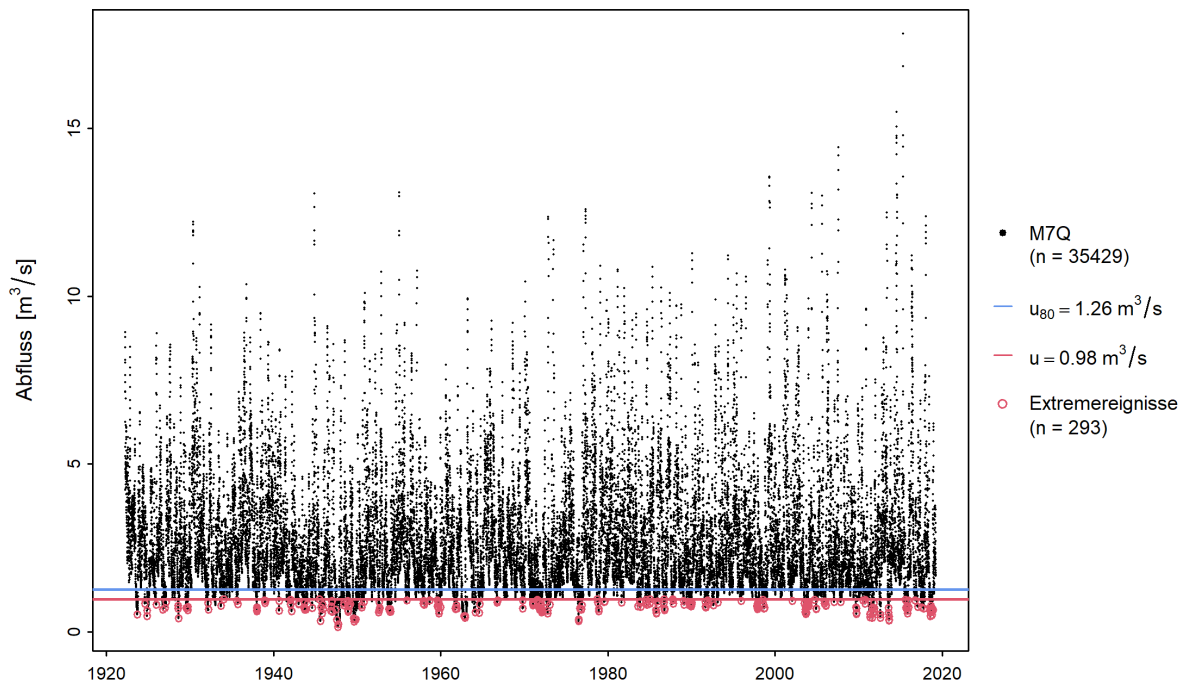


Abbildung 8: Auswahl der für den POT-Ansatz verwendeten Extremereignisse

Für die Auswertungsperiode (1922-2018) zeigt sich eine signifikante Verbesserung des Modells bei Verwendung der nicht-stationären Variante sigl. Die Bewertung der Diagnostikplots der Variante sigl und der stationären Variante ist ähnlich, mit Ausnahme vom kleinsten Wert bei der Variante sigl. Unter Berücksichtigung der Devianzstatistik wird anstelle der stationären Modellvariante die nicht-stationäre Variante sigl präsentiert.

Verwendete Anzahl Werte und geschätzte Modellparameter:

Schwellenwert	Anzahl Werte	Skalenparameter $\hat{\sigma}^5$		Formparameter
u	n	b_1	b_2	$\hat{\kappa}$
$0.982 \text{ m}^3/\text{s}$	293	0.39	0	-0.4334

Die Güte des Modells wird grafisch anhand der in Abbildung 9 dargestellten Diagnostikplots beurteilt.

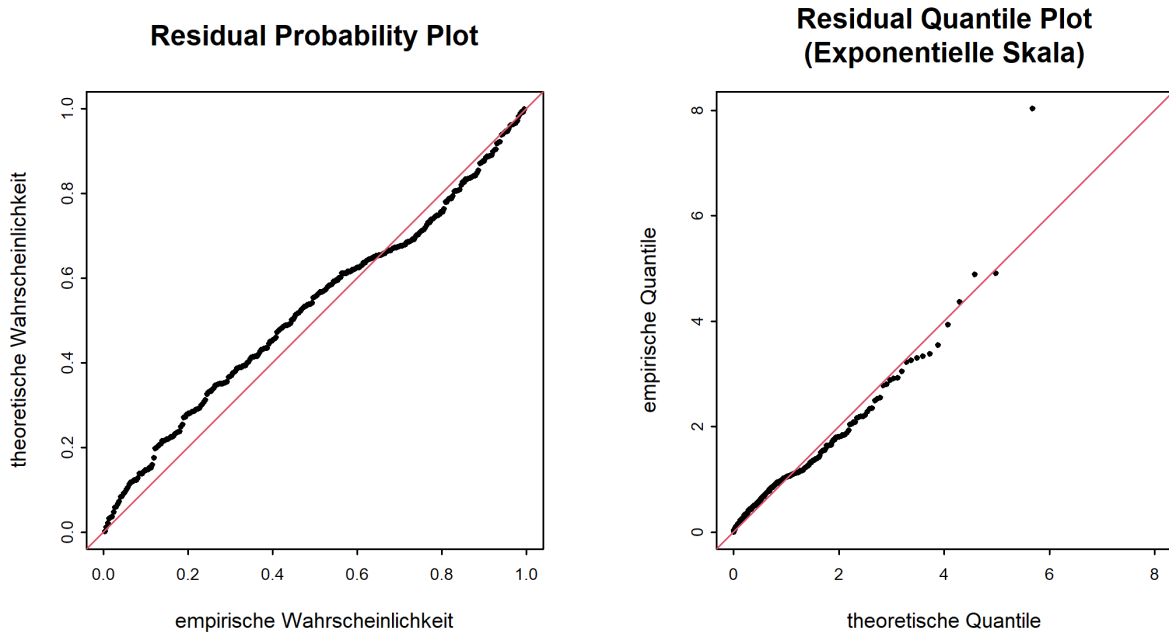


Abbildung 9: Diagnostikplots der Modellvariante “sigl” des POT-Ansatzes
(01.04.1922 - 31.03.2019)

Bewertung Diagnostikplots (Abbildung 9):

Kriterien	Bewertung ⁶	Bemerkungen
Anpassung linker Bereich	mittel-gut	-
Anpassung mittlerer Bereich	mittel-gut	-
Anpassung rechter Bereich	mittel	Der kleinste Wert wird stark überschätzt.

Folgende Tabelle enthält die für das aktuellste Jahr (2018) bestimmten Abflussmengen für verschiedene Wiederkehrperioden, berechnet mit dem nicht-stationären Modell sigl des POT-Ansatzes über die Auswertungsperiode 01.04.1922 - 31.03.2019 (inkl. Konfidenzintervall berechnet über die Deltamethode):

NQ_T (M7Q)	untere Konfidenzgrenze [m^3/s]	Abfluss [m^3/s]	obere Konfidenzgrenze [m^3/s]
NQ_2	0.53	0.57	0.61
NQ_{10}	0.38	0.42	0.45
NQ_{30}	0.33	0.36	0.39
NQ_{100}	0.29	0.32	0.35
NQ_{300}	0.27	0.30	0.33

⁵ $\hat{\sigma} = b_1 + b_2 \cdot t$ (s. Tabelle 1)

⁶Siehe [Leitfaden](#) Kapitel 4.3

2.1.3 Vergleich der verschiedenen Resultate

In Abbildung 10 und der zugehörigen Tabelle sind die Resultate des BLOCK- und des POT-Ansatzes zusammengefasst. Es werden die Modellvarianten gezeigt, die jeweils am besten an die Daten angepasst sind. Die Resultate der stationären Variante des BLOCK-Ansatzes für das aktuellste Jahr sind auf dem Resultatblatt der Niedrigwasserstatistik bei der jeweiligen Station auf der BAFU-Webseite publiziert. Der Vergleich der verschiedenen Modellansätze zeigt folgende Sachverhalte auf:

Differenzen der Resultate der berechneten NQ_T der beiden parametrischen Ansätze:

Für NQ_2 weist der BLOCK-Ansatz einen deutlich grösseren Abfluss als der POT-Ansatz auf. Für NQ_{10} ist dieser Unterschied deutlich kleiner und für NQ_{30} bis NQ_{300} kommen beide Ansätze zu einem sehr ähnlichen Ergebnis, wobei der POT-Ansatz für NQ_{300} einen marginal höheren Abfluss aufweist. Es ist zu berücksichtigen, dass die Resultate der Goodness-of-fit-Tests auf keine gute Anpassung der gewählten Extremwertverteilung zu den beobachteten Werten bei den Resultaten des POT-Ansatzes hinweisen.

Differenzen der Resultate der berechneten Konfidenzintervalle der beiden parametrischen Ansätze:

Das Konfidenzintervall der Ergebnisse des BLOCK-Ansatzes ist klein bis gross und wird bei längere Wiederkehrperioden grösser. Beim POT-Ansatz hingegen ist das Konfidenzintervall klein und für alle Wiederkehrperioden relativ gleich. Dementsprechend hat der BLOCK-Ansatz für alle Wiederkehrperioden ein grösseres Konfidenzintervall, wobei die Differenz zu den grösseren Wiederkehrperioden hin zunimmt.

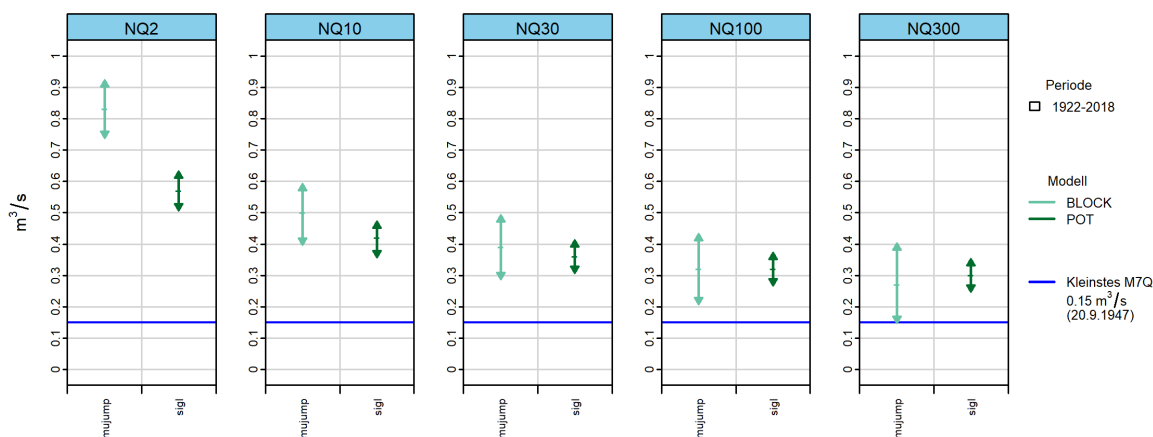


Abbildung 10: NQ_T [m^3/s] inkl. 95%-Konfidenzintervalle, berechnet mit den jeweils bestangepassten Modellvarianten des BLOCK- und POT-Ansatzes

Folgende Tabelle enthält die Beurteilung der Modellgüte für die Auswertungsperiode 1922-2018:

Verfahren	Modellgüte	Diagnostikplots			Bemerkung
		Links	Mitte	Rechts	
BLOCK mujump	mittel-gut	gut		mittel	Die kleinsten Werte werden leicht überschätzt.
POT sigl	mittel-gut		mittel-gut	mittel	Der kleinste Wert wird stark überschätzt.

2.2 Niedrigwasserdauer

An allen Tagen, an denen der Abfluss-Tagesmittelwert den Schwellenwert u_{80} (80%-Quantil der Abflussdauerkurve) von $1.26 \text{ m}^3/\text{s}$ unterschreitet, liegt ein Niedrigwasserereignis vor. Nach einem Declustering (s. Kapitel 2.1.2 und [Leitfaden](#) Kapitel 1.3) wird die Dauer der einzelnen Niedrigwasserereignisse bestimmt.

Jene Niedrigwasserdauern, welche den Schwellenwert u überschreiten, gelten bei dieser Analyse als Extremereignisse. Der Schwellenwert u wird in einem iterativen Vorgehen anhand verschiedener Kriterien bestimmt (s. Anhang A und [Leitfaden](#) Kapitel 4.1). Abbildung 11 zeigt die Niedrigwasserdauern und den festgelegten Schwellenwert u sowie die aufgrund des Schwellenwerts u ausgewählten Extremereignisse (rote Kreise).

Das längste Niedrigwasserereignis der Analyseperiode dauerte 271 Tage (11.07.1949 - 07.04.1950).

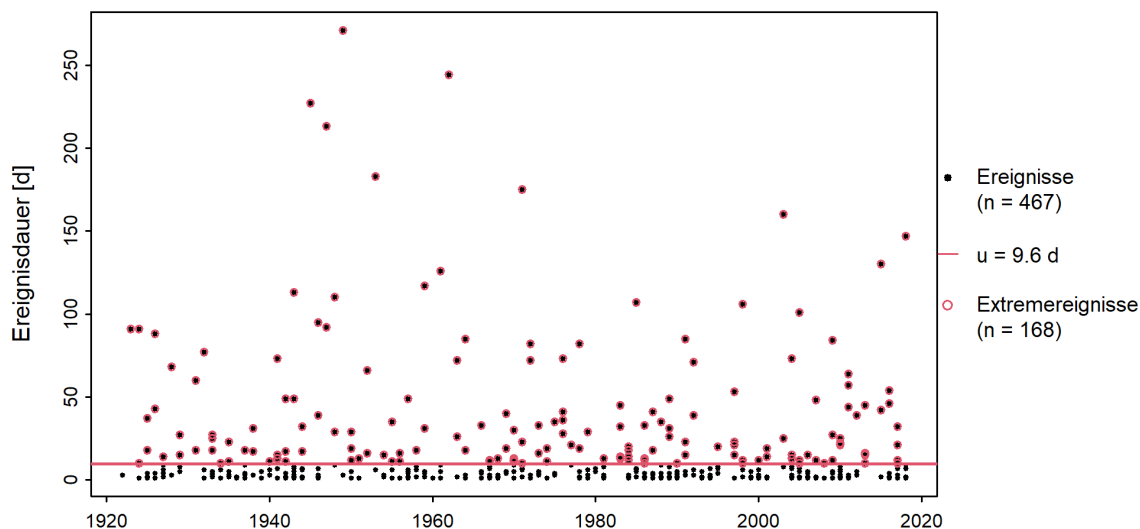


Abbildung 11: Auswahl der für den POT-Ansatz verwendeten Niedrigwasserdauer-Extremereignisse

Für die Auswertungsperiode (1922-2018) zeigt sich kein signifikanter Unterschied zwischen der stationären und den nicht stationären Modellvarianten, weshalb hier die Resultate des stationären Modells präsentiert werden.

Verwendete Anzahl Werte und geschätzte Modellparameter:

Schwellenwert	Anzahl Werte	Ereignisrate	Skalenparameter	Formparameter
u	n	$\hat{\lambda}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\kappa}$
9.6 Tage	168	1.73	17.57	0.54

Die Güte des Modells wird grafisch anhand der in Abbildung 12 dargestellten Diagnostikplots beurteilt.

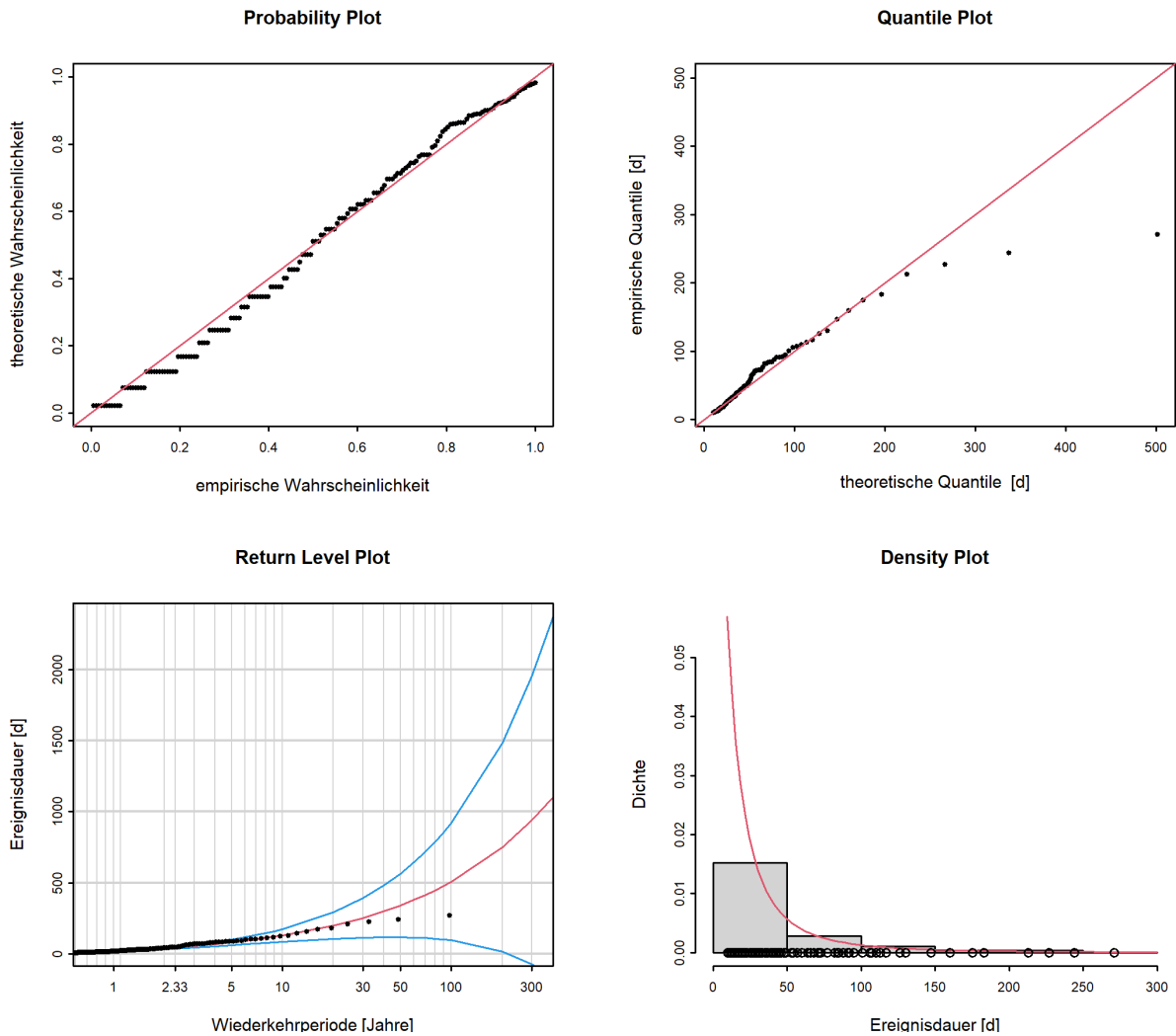


Abbildung 12: Diagnostikplots der Modellvariante “stat” des POT-Ansatzes (01.04.1922 - 31.03.2019)

Bewertung Diagnostikplots (Abbildung 12):

Kriterien	Bewertung ⁷	Bemerkungen
Anpassung linker Bereich	mittel-gut	-
Anpassung mittlerer Bereich	mittel-gut	-
Anpassung rechter Bereich	mittel	Die zwei grössten Werte werden stark überschätzt.
Konfidenzintervall	gross	Wird extrem gross für lange Wiederkehrperioden.

⁷Siehe [Leitfaden](#) Kapitel 4.3

Folgende Tabelle enthält die Niedrigwasserdauern für verschiedene Wiederkehrperioden, berechnet mit dem stationären POT-Ansatz über die Auswertungsperiode 01.04.1922 - 31.03.2019 (inkl. Konfidenzintervall berechnet über die Deltamethode):

ND_T	untere Konfidenzgrenze [d]	Dauer [d]	obere Konfidenzgrenze [d]
ND ₂	31	41	50
ND ₁₀	79	129	180
ND ₃₀	95	254	412
ND ₁₀₀	37	508	980
ND ₃₀₀	<0	941	2100

2.3 Defizitvolumen

An allen Tagen, an denen der Abfluss-Tagesmittelwert den Schwellenwert u_{80} (80%-Quantil der Abflussdauerkurve) von $1.26 \text{ m}^3/\text{s}$ unterschreitet, liegt ein Niedrigwasserereignis vor. Nach einem Declustering (s. Kapitel 2.1.2 und [Leitfaden](#) Kapitel 1.3) wird das Defizitvolumen der einzelnen Niedrigwasserereignisse bestimmt.

Jene Defizitvolumen, welche den Schwellenwert u überschreiten, gelten bei dieser Analyse als Extremereignisse. Der Schwellenwert u wird in einem iterativen Vorgehen anhand verschiedener Kriterien bestimmt (s. Anhang A und [Leitfaden](#) Kapitel 4.1). Abbildung 13 zeigt die Defizitvolumen und den festgelegten Schwellenwert u sowie die aufgrund des Schwellenwerts u ausgewählten Extremereignisse (rote Kreise).

Zur besseren Vergleichbarkeit der abgeschätzten Defizitvolumen der verschiedenen Stationen wird analog zum DWA(DVWK)-Verfahren 121 (1992) die Einheit Abflusshöhe $h_A[\text{mm}]$ gewählt. Diese ist wie folgt definiert:

$$h_A[\text{mm}] = \frac{V[\text{m}^3]}{A_E[\text{km}^2] * 1000} \quad (1)$$

wobei A_E der Einzugsgebietsfläche und V dem Defizitvolumen in m^3 entsprechen.

Die Einzugsgebietfläche dieser Station beträgt 116 km^2 .

Das grösste Defizitvolumen der Analyseperiode beträgt 86.48 mm (29.05.1947 - 27.12.1947).

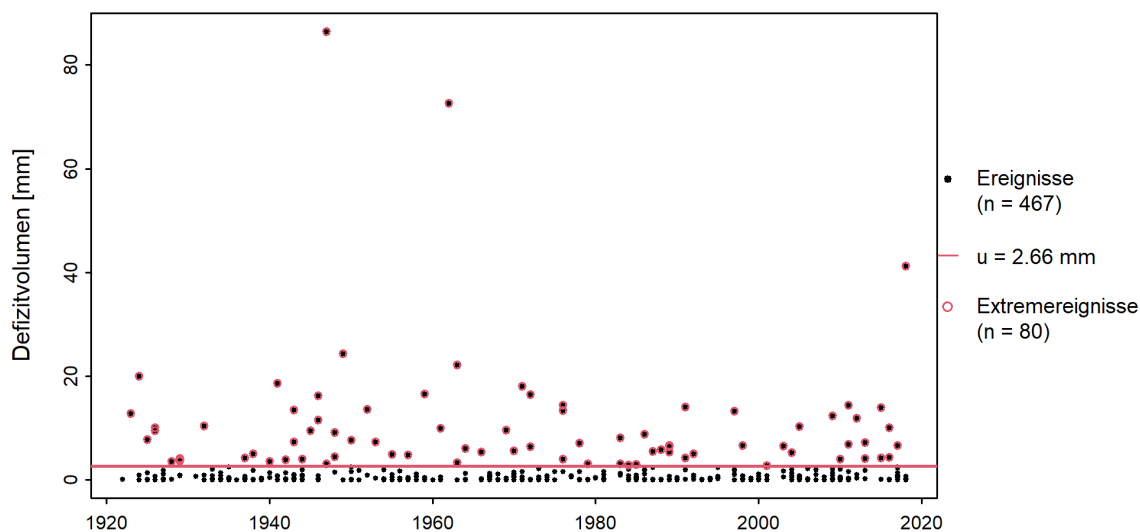


Abbildung 13: Auswahl der für den POT-Ansatz verwendeten Defizitvolumen-Extremereignisse

Für die Auswertungsperiode (1922-2018) zeigt sich kein signifikanter Unterschied zwischen der stationären und den nicht stationären Modellvarianten, weshalb hier die Resultate des stationären Modells präsentiert werden.

Verwendete Anzahl Werte und geschätzte Modellparameter:

Schwellenwert	Anzahl Werte	Ereignisrate	Skalenparameter	Formparameter
u	n	$\hat{\lambda}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\kappa}$
2.66 mm	80	0.82	5.62	0.28

Die Güte des Modells wird grafisch anhand der in Abbildung 14 dargestellten Diagnostikplots beurteilt.

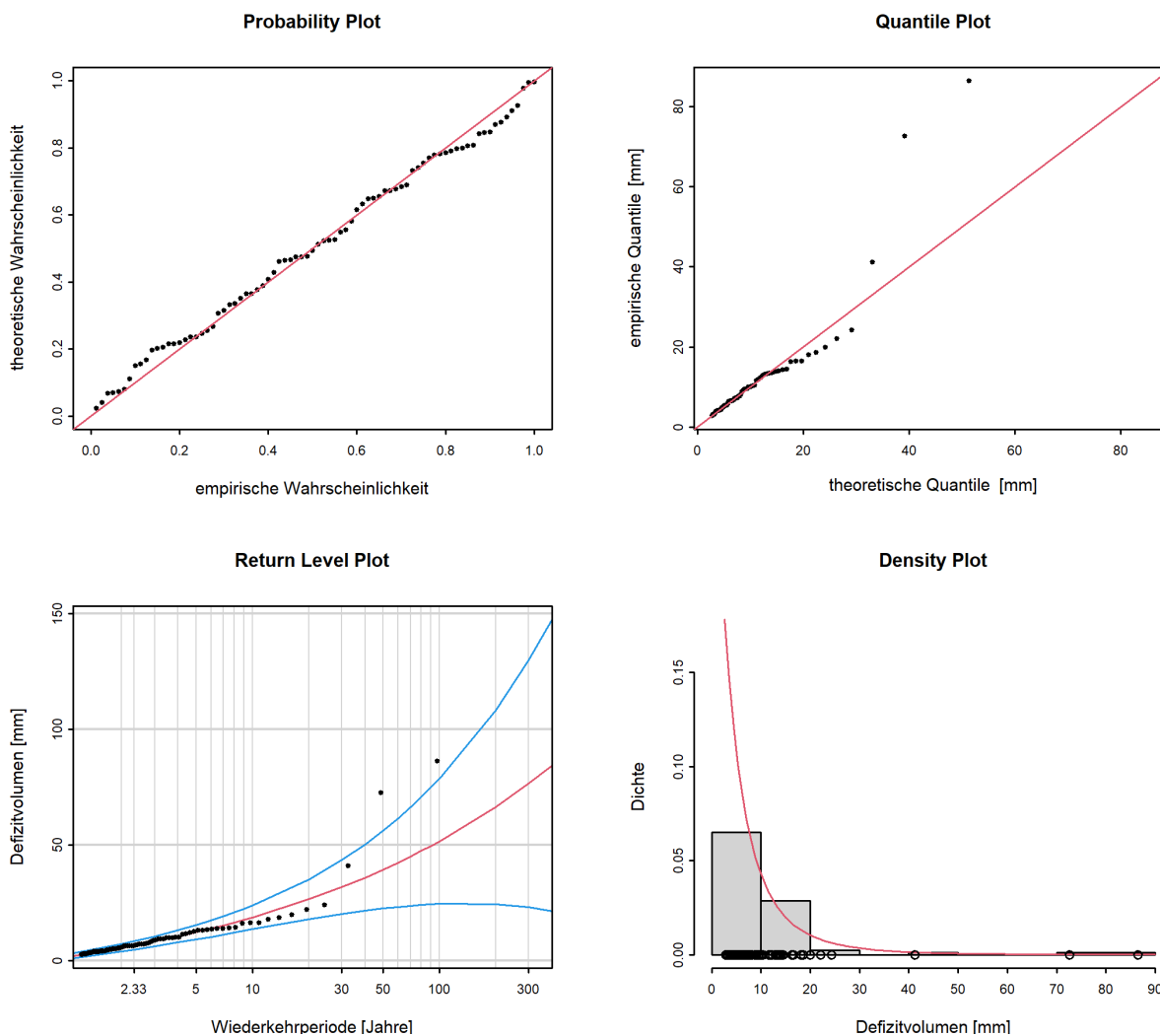


Abbildung 14: Diagnostikplots der Modellvariante “stat” des POT-Ansatzes (01.04.1922 - 31.03.2019)

Bewertung Diagnostikplots (Abbildung 14):

Kriterien	Bewertung ⁸	Bemerkungen
Anpassung linker Bereich	mittel-gut	-
Anpassung mittlerer Bereich	mittel	-
Anpassung rechter Bereich	schlecht	Die zwei grössten Werte werden sehr stark unterschätzt und liegen ausserhalb des Konfidenzintervalls.
Konfidenzintervall	mittel-gross	Nimmt für lange Wiederkehrperioden stark zu.

⁸Siehe [Leitfaden](#) Kapitel 4.3

Folgende Tabelle enthält die Defizitvolumen für verschiedene Wiederkehrperioden, berechnet mit dem stationären POT-Ansatz über die Auswertungsperiode 01.04.1922 - 31.03.2019 (inkl. Konfidenzintervall berechnet über die Deltamethode):

DV_T	untere Konfidenzgrenze [mm]	Defizitvolumen [mm]	obere Konfidenzgrenze [mm]
DV_2	4	6	7
DV_{10}	13	19	25
DV_{30}	19	32	45
DV_{100}	21	52	83
DV_{300}	16	77	138

3 Literatur

BAFU (2023). Leitfaden zu den Stationsberichten der Niedrigwasserstatistik. BAFU, Bern.

Baumgartner, E., Boldi, M.-O., Kan, C., Schick, S. (2013). Hochwasserstatistik am BAFU - Diskussion eines neuen Methodensets. Wasser Energie Luft, Heft 2/2013. Baden.

Coles, S. (2001). An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values. Springer. London.

DWA (2022). DVWA-Regelwerk. Merkblatt DWA-M 541. Statistische Analyse von Niedrigwasserkenngößen.

DWA/DVWK (Hrsg.) (1983). DVWK-R 120 - Niedrigwasseranalyse. Teil 1. Statistische Untersuchung des Niedrigwasser-Abflusses. Deutscher Verband für Wasserwirtschaft und Kulturbau a.V., Hamburg/Berlin.

DWA/DVWK (Hrsg.) (1992). DVWK-R 121 - Niedrigwasseranalyse. Teil 2. Statistische Untersuchung der Unterschreitungsdauer und des Abflussdefizits. Deutscher Verband für Wasserwirtschaft und Kulturbau a.V., Hamburg/Berlin.

Hisdal, H., Tallaksen, L.M., Clausen, B., Peters, E., Gustard, A. (2004). Hydrological Drought Characteristics. Developments in Water Science 49, S. 139-198.

Anhang

A Bestimmung des Schwellenwerts zur Abgrenzung von Extremwerten

Zur Festlegung des Schwellenwerts u , welcher der Abgrenzung der Extremwerte des POT-Ansatzes dient, wird iterativ vorgegangen. Es werden der “mean residual life plot”, der “fitrange plot” sowie die Anzahl Extremereignisse, die sich aus der Wahl eines Schwellenwertes ergeben, berücksichtigt.

A.1 Niedrigwasserabfluss

Der Schwellenwert u wurde auf $0.98 \text{ m}^3/\text{s}$ festgelegt. Anhand des mean residual life plots (s. Abbildung 15) wurde u zunächst tiefer gewählt, aber unter Berücksichtigung des fitrange plots und der Samplegrösse angepasst. So wird eine Samplegrösse von 293 Elementen erreicht.

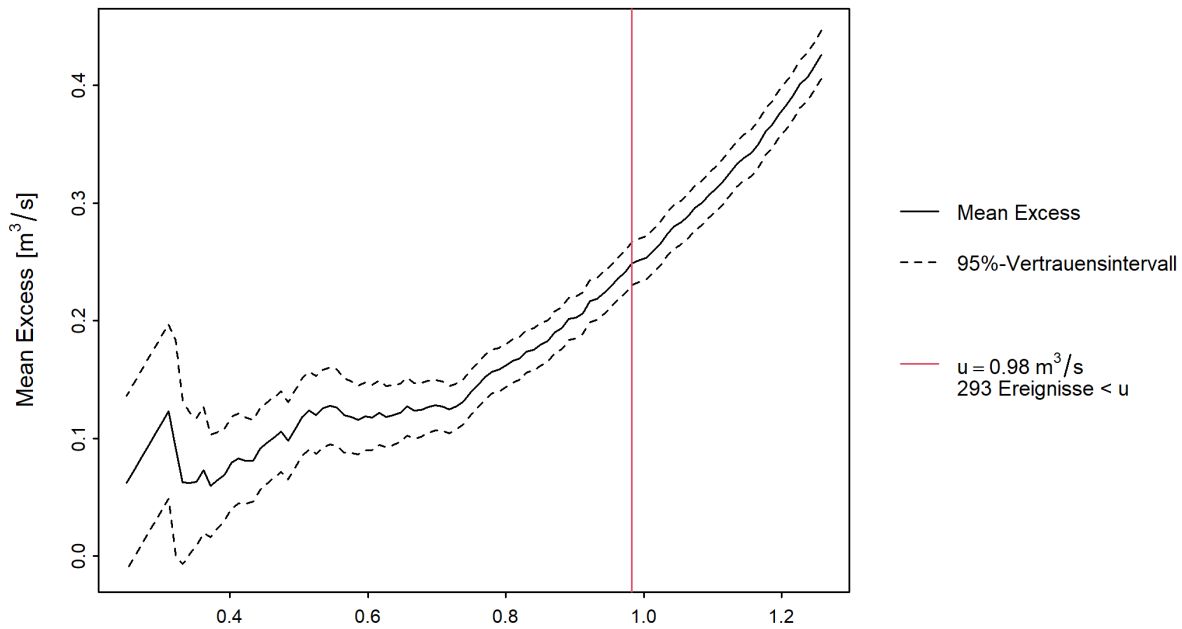


Abbildung 15: “mean residual life plot” für Niedrigwasserabfluss

A.2 Niedrigwasserdauer

Der Schwellenwert u wurde auf 9.6 Tage festgelegt. Anhand des mean residual life plots (s. Abbildung 16) wurde u zunächst höher gewählt, aber unter Berücksichtigung des fitrange plots angepasst. So wird eine Samplegröße von 168 Elementen erreicht.

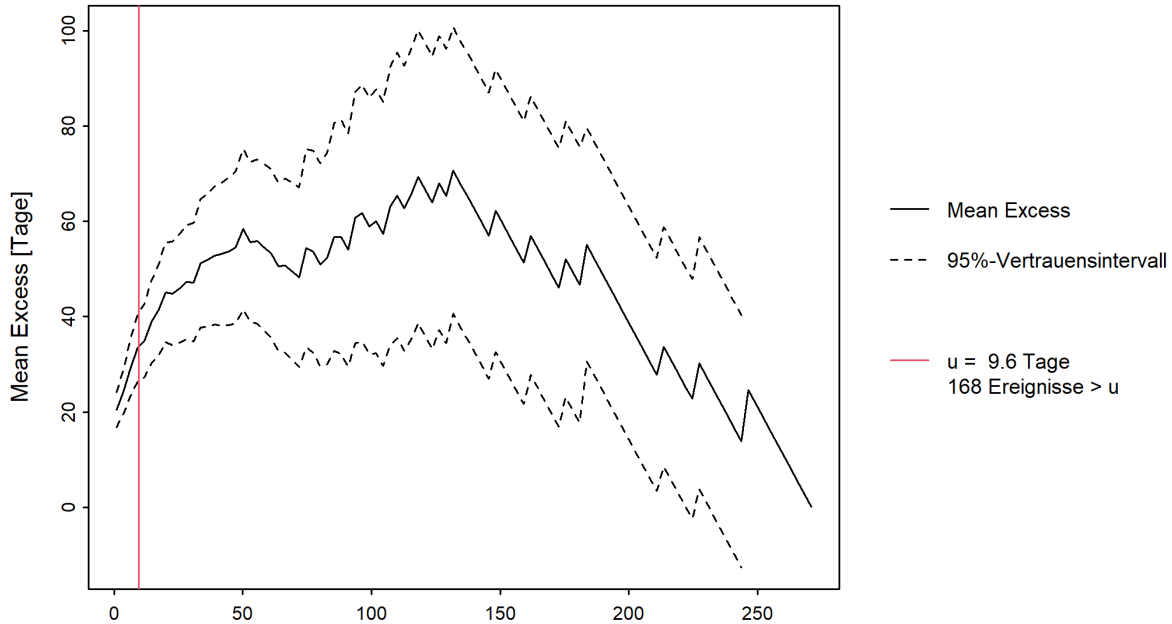


Abbildung 16: "mean residual life plot" für Niedrigwasserdauer

A.3 Defizitvolumen

Der Schwellenwert u wurde auf 2.66 mm festgelegt. Das wurde anhand des mean residual life plots (s. Abbildung 17) und unter Berücksichtigung des fitrange plots entschieden. So wird eine Samplegröße von 80 Elementen erreicht.

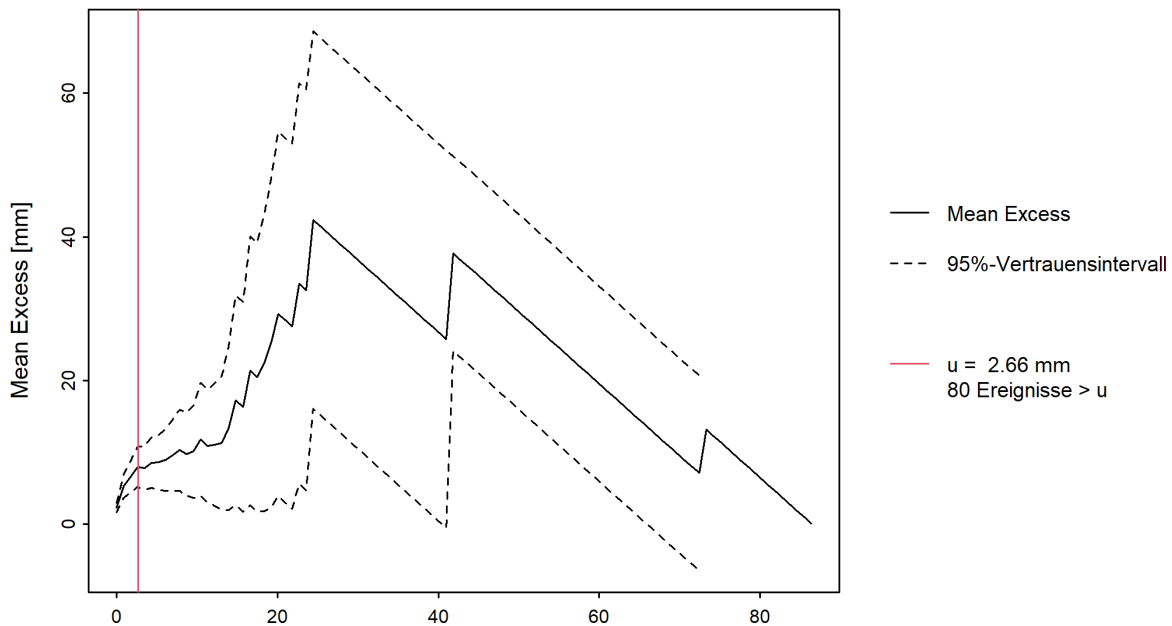


Abbildung 17: "mean residual life plot" für Defizitvolumen

B Glossar

Auswertungsperiode	Zeitlich begrenzter Zeitraum, aus welchem eine Stichprobe der Niedrigwasserabflüsse stammt, die als repräsentativ für die Grundgesamtheit angenommen wird. Es wird davon ausgegangen, dass die Eigenschaften der Grundgesamtheit mit dieser Stichprobe annähernd abgebildet werden.
Deltamethode	Das BAFU nutzt die Deltamethode zur Berechnung von Konfidenzintervallen in den Return Level Plots. Die Methode basiert auf einer Taylor-Entwicklung der Funktion der NQ_T (bzw. ND_T / DV_T) und einer asymptotischen Normalverteilung. (Für technische Details siehe Coles 2001, S. 33.)
Devianzstatistik	Mit der Devianzstatistik kann die Anpassungsgüte eines Modells für einen gegebenen Datensatz untersucht werden.
DV (Defizitvolumen)	Die Differenz zwischen dem Abfluss eines Niedrigwassertags und dem Schwellenwert u_{80} wird als Abflussdefizit bezeichnet. Die Summe aller Abflussdefizite innerhalb einer Niedrigwasserdauer bildet das Defizitvolumen. Zur besseren Vergleichbarkeit der abgeschätzten Defizitvolumen der verschiedenen Stationen wird das Defizitvolumen in die Einheit Abflusshöhe $h_A[mm]$ umgerechnet.
DV_T	Das mittels Verteilungsfunktion für eine vorgegebene Jährlichkeit T bestimmte Defizitvolumen DV_T ist ein Schätzwert, der über oder unter dem wahren Wert des Defizitvolumens mit statistisch gesehen T -jährlicher Wiederkehrperiode liegen kann. Die mit den parametrischen Verfahren berechneten DV_T gelten für eine ganze Periode (stationärer Fall) bzw. das aktuelle Berichtsjahr (nicht-stationärer Fall).
Güte, auch Anpassungsgüte oder Anpassung	Mass für die Abweichung eines statistischen Modells (theoretische Werte) und einer Menge von Beobachtungen bzw. Messungen (empirische Daten).
Konfidenzintervall auch Vertrauensintervall	Konfidenzintervalle beschreiben die Unsicherheit des Outputs eines statistischen Modells. Sie berücksichtigen dabei den Fehler des Modells selbst, nicht aber weitere Unsicherheiten (z.B. Messfehler).
M7Q	Über sieben Tage gemittelte Abflusswerte.
Maximum-Likelihood-Methode	Bezeichnung für ein Verfahren, das die Parameter einer Verteilungsfunktion aus den Informationen einer Stichprobe schätzt, indem der Maximum-Likelihood-Wert der Funktion maximiert wird.
ND (Niedrigwasserdauer)	Die Niedrigwasserdauer wird auf Basis der Niedrigwasserperioden wie folgt bestimmt: Mit dem „pooling together“-Verfahren werden abhängige Niedrigwasserperioden identifiziert und zusammengefügt. Dazu werden Defizit- und Überschussvolumen betrachtet. Kann das Überschussvolumen zwischen zwei Niedrigwasserperioden die Defizitvolumen dieser Niedrigwasserperioden nicht kompensieren, so werden die beiden Niedrigwasserperioden als abhängige Ereignisse identifiziert und zu einer Niedrigwasserdauer zusammengefügt (für Details zum „pooling together“-Verfahren siehe Leitfaden Kapitel 1.3).
ND_T	Die mittels Verteilungsfunktion für eine vorgegebene Jährlichkeit T bestimmte Niedrigwasserdauer ND_T ist ein Schätzwert, der über oder unter dem wahren Wert der Niedrigwasserdauer mit statistisch gesehen T -jährlicher Wiederkehrperiode liegen kann. Die mit den parametrischen Verfahren berechneten ND_T gelten für eine ganze Periode (stationärer Fall) bzw. das aktuelle Berichtsjahr (nicht-stationärer Fall).

Nicht-Stationarität	Nicht-stationäre Modelle werden verwendet, um ein Abflussverhalten zu beschreiben, welches zeitlichen Änderungen unterliegt. Solche Änderungen können durch einen Wechsel der Messgeräte und Messmethoden, durch Stationsverlagerung, durch Gerinneveränderungen und durch anthropogene Einflüsse verursacht werden. Bei anthropogenen Einflüssen können die Veränderungen meist nicht einem einzelnen Eingriff zugeordnet werden, sondern sie bestehen aus Überlagerungen von verschiedenen, wasserwirtschaftlichen Massnahmen. Werden zeitliche Veränderungen der Daten vermutet, werden die Parameter der entsprechenden Verteilungsfunktion zeitlich abhängig modelliert. Dies führt dazu, dass sich auch die berechneten NQ_T (bzw. ND_T / DV_T) über die Zeit verändern.
Niedrigwasserperiode	Die Niedrigwasserperiode ist der Zeitraum, welcher am Tag, an dem der Abfluss den Schwellenwert u_{80} unterschreitet, beginnt und bis zum Tag, bevor der Schwellenwert u_{80} wieder überschritten wird, andauert.
Niedrigwassertag	Ein Tag, an welchem der Abfluss den Schwellenwert u_{80} unterschreitet, ist ein Niedrigwassertag.
NM7Q	Die Niedrigwasserkenngrösse NM7Q gibt den kleinsten, über 7 aufeinanderfolgende Tage gemittelten Abfluss innerhalb eines Niedrigwasserjahres an, wobei als Datum jeweils der vierte Tag der betrachteten Tage angegeben wird (Bsp: NM7Q vom 1. Mai = Mittelwert vom 28. April - 4. Mai).
NQ_T	Der mittels Verteilungsfunktion für eine vorgegebene Jährlichkeit T bestimmte Niedrigwasserabfluss NQ_T ist ein Schätzwert, der über oder unter dem wahren Wert der Niedrigwasserabflüsse mit statistisch gesehen T-jährlicher Wiederkehrperiode liegen kann. Die mit den parametrischen Verfahren berechneten NQ_T gelten für eine ganze Periode (stationärer Fall) bzw. das aktuelle Berichtsjahr (nicht-stationärer Fall).
Parametrische Verfahren	Ein wichtiges Ziel der Statistik ist es mittels der Daten einer Stichprobe Aussagen über eine unbekanntes Grundgesamtheit herzuleiten. Dafür eignen sich u. a. parametrische Verfahren, bei welchen angenommen wird, dass die Grundgesamtheit eine vorgegebene Wahrscheinlichkeitsverteilung besitzt, welche durch einen oder mehrere Parameter eindeutig bestimmt ist. Die beiden betrachteten Verfahren stützen sich auf die Allgemeine Extremwertverteilung (BLOCK), bzw. auf die Allgemeine Pareto-Verteilung (POT), weil diese Verteilungen die Natur der Daten (Blockminima, bzw. Daten ab einem gewissen Schwellenwert) am besten reflektieren (siehe Coles 2001).
Block-Minimum-Ansatz (BLOCK)	Der Block Minimum Ansatz (BLOCK) definiert den tiefsten Abflusswert innerhalb eines Zeitintervalls (Block, im vorliegenden Fall ein Jahr) als Extremwert (siehe Leitfaden Kapitel 3.1 oder Coles 2001, Kapitel 3.1).
Peaks-Over-Threshold Ansatz (POT)	Beim Peaks-Over-Threshold-Ansatz (POT) gelten Werte als Extremereignisse, wenn sie einen gewissen Schwellenwert u_{80} überschreiten (bei M7Q wenn sie einen Schwellenwert u_{80} unterschreiten). Die verwendeten Daten werden vorgängig von Clustern befreit (siehe Leitfaden Kapitel 3.2, oder Coles 2001, Kapitel 4.2).
Probability Plot (P-P-Plot)	Exploratives, grafisches Werkzeug, in dem die Verteilungsfunktionen zweier statistischer Variablen gegeneinander abgetragen werden, um ihre Verteilungen zu vergleichen. Hier: aufsummierte empirische Häufigkeiten vs. die theoretische, kumulierte Verteilungsfunktion. Je besser die Daten auf der Einheitsdiagonale liegen, desto eher kann davon ausgegangen werden, dass die Modellannahmen korrekt sind. (Enthält die gleichen Informationen wie der Q-Q-Plot, dargestellt auf einer unterschiedlichen Skala.)

Quantile Plot (Q-Q-Plot)	Exploratives, grafisches Werkzeug, in dem die Quantile zweier statistischer Variablen gegeneinander abgetragen werden, um ihre Verteilung zu vergleichen. Hier: beobachtete Abflusswerte (bzw. Niedrigwasserdauern / Defizitvolumen) vs. die mit Hilfe eines Modells berechneten Abflussdaten. Stimmen die empirischen und theoretischen Quantile annähernd überein, liegen die Werte in der Grafik nahe der Diagonalen. (Enthält die gleichen Informationen wie der P-P-Plot, dargestellt auf einer unterschiedlichen Skala.) Hinweis: Die theoretischen Quantile werden aus der Umkehrfunktion der Verteilungsfunktion berechnet. Für den direkten, optischen Vergleich mit dem entsprechenden Probability Plot sind die Achsen des Quantile Plots daher vertauscht.
Stationarität	Beobachtet man bei einer Messstation, dass sich das Abflussverhalten über die Beobachtungsperiode nicht wesentlich ändert, so empfiehlt es sich, ein stationäres Modell zu verwenden. Im stationären Fall wird angenommen, dass alle Parameter der Verteilungsfunktion über den gesamten Untersuchungszeitraum konstant sind.
Verteilungsfunktion	Beschreibt die Grundgesamtheit der Niedrigwasserabflüsse (bzw. Niedrigwasserdauern / Defizitvolumen) eines Einzugsgebiets. Die Verteilungsfunktion gibt die Wahrscheinlichkeiten an, dass ein Niedrigwasserabfluss NQ (bzw. eine Niedrigwasserdauer ND / ein Defizitvolumen DV) in einem Jahr erreicht oder überschritten wird.
Empirische Häufigkeitsverteilung	Kann aus der gewählten Stichprobe bestimmt werden.
Theoretische Wahrscheinlichkeitsverteilung	Schliesst von der gewählten Stichprobe auf die Grundgesamtheit. Es gibt viele verschiedene theoretische Verteilungsfunktionen, welche die Voraussetzungen für die Anwendung in der Niedrigwasserstatistik erfüllen, aber keine, die für alle Stichproben die besten Resultate gewährleistet.
Verteilungsparameter	
λ Ereignisrate (lambda)	Beim POT-Ansatz entspricht die Ereignisrate λ der mittleren Anzahl der Unterschreitungen des Schwellenwerts u (bzw. Überschreitungen bei den $M7Q$) während des Zeitintervalls von einem Jahr.
κ Formparameter (kappa)	Der Formparameter κ steht in direktem Zusammenhang mit der sogenannten „Heaviness of Tail“ der Verteilung. Als Tail wird der Bereich mit den Ausreißern nach oben (bzw. bei den $M7Q$ der Bereich mit den Ausreißern nach unten) bezeichnet. Ist κ gross, so werden viele solche Ausreißer angenommen. Bei negativen Werten für κ hingegen wird angenommen, dass für die Extremwerte eine obere (bzw. bei $M7Q$ untere) Schranke existiert.
μ Lageparameter (mu)	Beschreibt beim BLOCK-Ansatz die mittlere Lage der Stichprobenelemente (hier: $NM7Q$) in Bezug auf die Messskala (hier: m^3/s bzw. l/s).
σ Skalenparameter (sigma)	Mass für die Varianz einer Verteilungsfunktion.